



Pangea
matematická soutěž

9. ročník

SOUBOR OTÁZEK

2025

Patroni matematické soutěže Pangea pro rok 2024/2025



Martin Šonka

akrobatický pilot

patron za téma **Stroje, přístroje a motory**



prof. Mgr. Miroslav Bárta, Dr.

egyptolog a archeolog

patron za téma **Knihy**



 www.pangeasoutez.cz

 [#Pangea Česká republika](#)

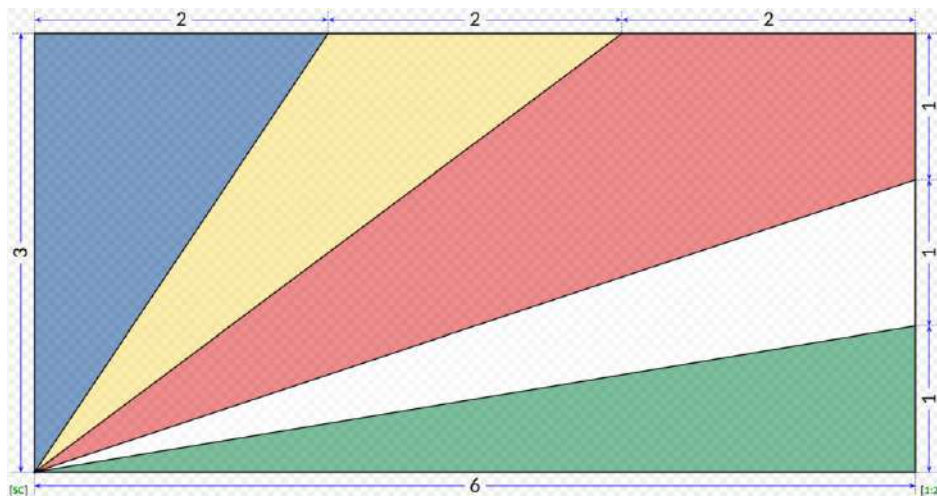
 [#pangeamathematic](#)

 [#soutezpangea.cz](#)

1. VLAJKA SEYCHELL

3 body

Na obrázku je vlajka souostroví Seychelly s uvedenými poměry stran jednotlivých barevných částí.



Jak velkou část vlajky zabírá červená barva?

a) pětinu

b) čtvrtinu

c) tři desetiny

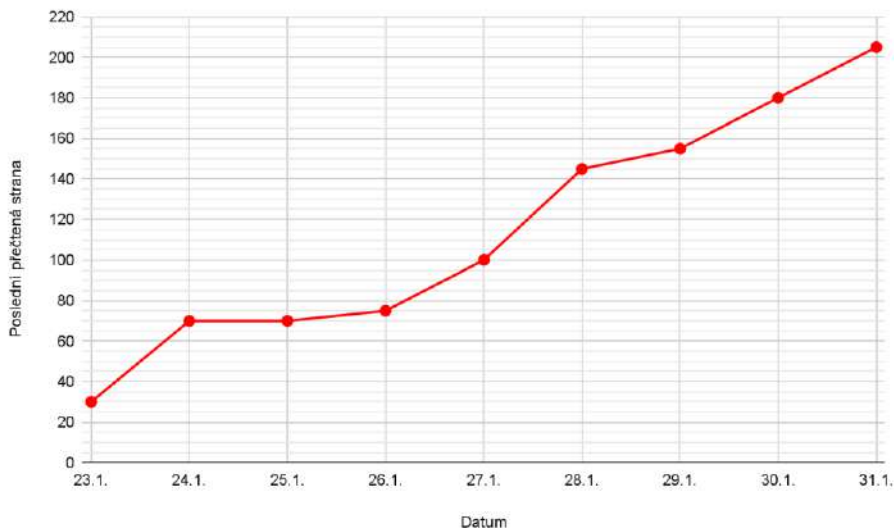
d) třetinu

e) dvě pětiny

2. DŮSLEDNÉ ČTENÍ

3 body

Nad'a začala číst novou knihu, která má 300 stránek. V grafu vidíme závislost čísla poslední přečtené strany na dni.



Které tvrzení je pravdivé?

- a)** V sudé dny přečetla dvakrát více stránek než ve dny liché.
- b)** Nad'a každý den četla.
- c)** Nejvíce stránek za tři po sobě jdoucí dny přečetla od 26. do 28. ledna.
- d)** Když další dva dny zopakuje počet přečtených stran za své nejpłodnější dva dny v průběhu četby, knížku už dočte.
- e)** Když bude pokračovat stejným tempem, jako bylo její průměrné tempo prvního týdne četby, bude číst celou knihu maximálně dva týdny.

3. CARNOTŮV STROJ**4 body**

Carnotův motor je hypotetický stroj pracující s maximální možnou účinností.

Účinnost Carnotova cyklu je dána vztahem:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

kde T_1 je teplota ohříváče a T_2 teplota chladiče.

Úlohou ohříváče je dodávat válci s pístem teplo, takže dochází k expanzi náplně – plynu. Úlohou chladiče je plyn opět ochladit tak, aby mohl začít nový cyklus, probíhá komprese.

Podle jakého vzorce můžeme vypočítat teplotu ohříváče, známe-li účinnost cyklu η a teplotu chladiče T_2 ?

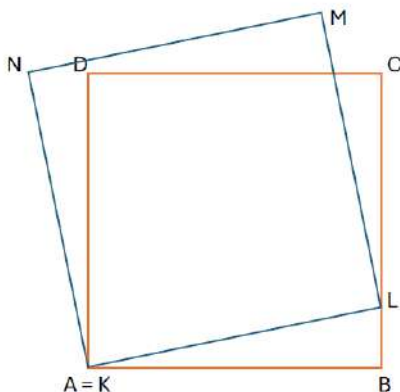
a) $T_1 = \eta T_1 + T_2$ **b)** $T_1 = T_2 \cdot (\eta + 1)$ **c)** $T_1 = T_2 \cdot (\eta - 1)$

d) $T_1 = \frac{T_2}{\eta - 1}$ **e)** $T_1 = \frac{T_2}{1 - \eta}$

4. NAKLONĚNÝ ČTVEREC

4 body

Na obrázku vidíme oranžový čtverec ABCD a modrý čtverec KLMN, přičemž jejich vrcholy A a K splývají. Dále platí, že vrchol L leží na úsečce BC a $|CL| = 4 \cdot |BL|$.



O kolik % je obsah modrého čtverce větší než obsah oranžového čtverce?

Poznámka: Obrázek je pouze ilustrační.

- a) o 4 %**
- b) o 6 %**
- c) o 8 %**
- d) o 10 %**
- e) o 12 %**

5. HUDBA V ANTIKVARIÁTECH

4 body

Tři bratři vlastní tři antikvariáty v městečku Staromilov. V antikvariátu “Na Rynku” vítají hosty hudbou z gramofonových desek (LP), v antikvariátu “U Knihomola” pak sází na magnetofonové kazety, kdežto ve starožitnictví “V Podzámčí” zpřijemňují atmosféru hudbou z CD. Jedna strana LP desky hraje 25 minut, u kazety je to 45 minut a celé CD se přehraje za 75 minut. Zanedbejme čas, který je potřeba na otočení nebo výměnu nosičů. Všechny tři antikvariáty otevírají shodně v 8:30 a hned pouštějí první skladbu.

Jaký úhel bude svírat malá a velká ručička na hodinách, když budou všichni tři bratři opět naráz otáčet nebo vyměňovat nosič ve svém přístroji?

a) $67^{\circ}30'$

b) $82^{\circ}30'$

c) 90°

d) $102^{\circ}30'$

e) 120°

6. JAK SE DÁ ČÍST KNIHA**4 body**

Lenka začala číst zajímavou knihu. Předsevzala si, že každý den přečte právě takový počet stran knihy, jako je číslo stránky, kde předchozí den přestala.

(Tedy kdyby např. v úterý dočetla knihu až po stranu 37 včetně, přečte ve středu dalších 37 stran.)

Text knihy začíná na straně s pořadovým číslem 1. První den přečetla **p** stránek a celou knihu dočetla za **d** dní. Shodou okolností to vyšlo na stránku přesně tak, jak si předsevzala.

Kolik měla kniha stran?

a) $p \cdot (d^2 + 1)$

b) $p \cdot d^2$

c) $p \cdot (2^d - 1)$

d) $p \cdot 2^{d-1}$

e) $2 \cdot p^d$

7. STROJE NA VÝROBU GUMÍDKŮ**5 bodů**

V tovární hale jsou tři stroje na výrobu gumových medvídků. Stroj od firmy Gummibear je o 20 % výkonnější než stroj od firmy Gumibjörn. Výkony strojů Gummibear a Kummikarud jsou v poměru 4:5.

Celé září byl stroj firmy Gummibear v servisu a pracovaly jen zbylé dva stroje. I tak bylo vyrobeno 30.000 sáčků těchto cukrovinek. V listopadu šel naopak do servisu stroj Kummikarud a pracovaly opět jen dva stroje.

Kolik sáčků gumových medvídků firma v listopadu vyrobila?

a) 24 200**b) 26 400****c) 28 600****d) 30 800****e) 32 000**

8. KOUZELNÁ SBÍRKA KNIH

5 bodů

Jonáš je velice pyšný na svoji sbírku ságy o Harrym Potterovi. Vlastní všech sedm dílů a Vězně z Azkabanu má dokonce dvakrát. Chce si všech osm knížek uspořádat na polici, a protože nemá rád nudu, byl by rád, aby uspořádání vypadalo každý den jinak. Dal si tedy novoroční předsevzetí a od 1. ledna 2025 každý den ráno knihy přerovná do pořadí, které ještě nikdy neměly.

Jak dlouho mu taková zábava vydrží?

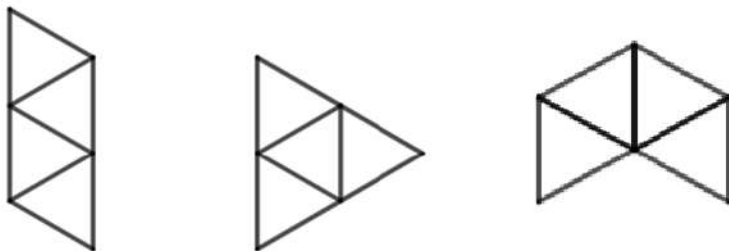
Poznámka: Jonáš jen mění pořadí knih, nijak jinak je nepřeklápí ani neotáčí, jsou tedy vždy v knihovničce nastojato a stejně orientované. Vydání Vězně z Azkabanu jsou naprosto identická, od sebe nerozeznatelná.

- a) do roku 2029**
- b) do roku 2038**
- c) do roku 2057**
- d) do roku 2080**
- e) do roku 2135**

9. OBRÁZKY Z TROJÚHELNÍKŮ**5 bodů**

Budeme kreslit obrázky složené z rovnostranných trojúhelníků a to tak, že sousední trojúhelníky mají vždy společnou stranu. Na obr. 1 je vidět, že ze čtyř trojúhelníků můžeme vytvořit pouze tři takové útvary.

Útvar vzniklý posunutím či pootočením jiného útvaru, případně jejich kombinací, už nepovažujeme za nové řešení. Takže např. modrý útvar na obr. 2 již novým řešením není.



Obr. 1



Obr. 2

Kolik různých útvarů můžeme vyrobit, pokud máme použít pět rovnostranných trojúhelníků?

a) 2**b) 4****c) 6****d) 8****e) 10**

10. ZAVLAŽOVÁNÍ POZEMKU**5 bodů**

Pan Zahradníček si velice zakládá na svém trávníku, který pokrývá čtvercový pozemek o rozměrech 10 krát 10 metrů. Aby si ušetřil práci, pořídil si automatický zavlažovací systém 5 postřikovačů napájených pod zemí vodou. Čtyři postřikovače umístil do rohů pozemku, pátý do jeho středu. Všechny postřikovače mají dosah 5 metrů, ty v rohu jsou naprogramovány tak, aby zavlažovaly příslušný čtvrtkruh, ten centrální pak zavlažuje maximální možnou plochu ve svém dostřihu.

Jak velká část pozemku pana Zahradníčka je zavlažována dvěma postřikovači naráz?

- | | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| a) zhruba 22 % | b) zhruba 33 % | c) zhruba 43 % |
| d) zhruba 50 % | e) zhruba 57 % | |

11. NEKVALITNÍ ŽÁROVKY

5 bodů

Emil se rozhodl sestavit si svůj elektrický obvod ze zdroje napětí a šesti žárovek. Schéma Emilova obvodu je na obrázku (žárovka je znázorněna kolečkem s křížkem). Bohužel jím použité žárovky nejsou zrovna nejspolehlivější, každá z nich svítí s pravděpodobností pouze 50 %.

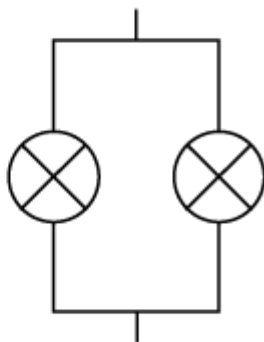
V obvodu jsou použity dva způsoby zapojení žárovek:

Při sériovém zapojení žárovek (tzn. žárovky jsou za sebou) stačí, aby jedna byla vadná, a už se obvod přeruší a nesvítí žádná žárovka.

Při paralelním zapojení žárovek (tzn. žárovky jsou vedle sebe) stačí, aby fungovala alespoň jedna větev, a proud obvodem prochází.

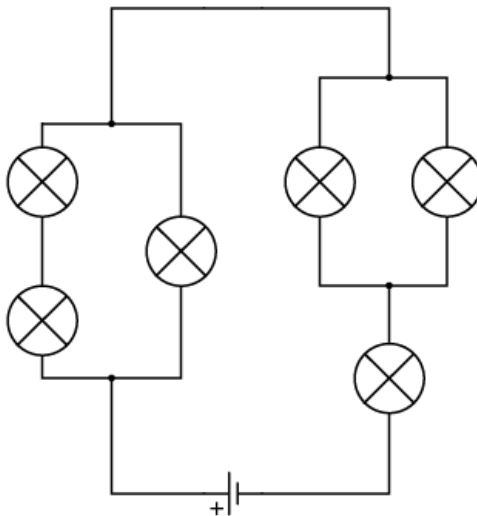


sériově



paralelně

S jakou pravděpodobností bude v Emilově obvodu na obrázku svítit alespoň jedna žárovka?



a) zhruba 3 %

b) zhruba 8 %

c) zhruba 13 %

d) zhruba 23 %

e) zhruba 33 %

12. RÉBUS Z KNIHKUPECTVÍ

6 bodů

Dorka si v knihkupectví Pod Věží vybírá novou knížku. Jedna se jí líbila podle obalu, a tak ji vzala do ruky a otevřela. Nejprve na dvou náhodných stranách a pak se podívala na poslední stranu, jak příběh dopadne. Obsah samotný ji příliš nezaujal, ale povšimla si něčeho jiného. Číslo všech tří stránek, kde knihu otevřela, byla trojciferná taková, že se v jejích zápise každá z cifer 1-9 vyskytovala právě jednou. Navíc bylo každé z čísel stran dělitelné 9. Když to vyprávěla doma tatínkovi, který je matematik, řekl jí, že takovou vlastnost může mít více knížek, ale ta, kterou měla v ruce, má ze všech takových nejmenší možný počet stran.

Kolik stran knížka měla?

- a) 369 b) 378 c) 432 d) 459 e) 468**

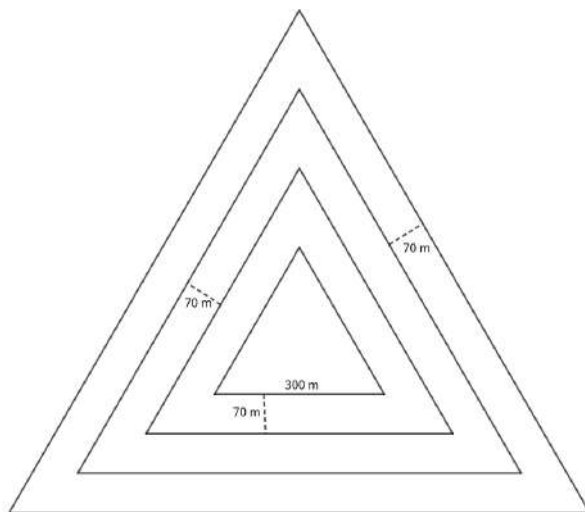
13. GEOMETRICKÉ LOMY

6 bodů

V povrchových lomech na Mostecku vytváří téměř 200metrové rypadlo ve svazích rozsáhlá patra, která připomínají schody.

Na obrázku je znázorněn pohled shora.

Předpokládejte, že všechna patra mají tvar rovnostranného trojúhelníku, přičemž nejvyšší patro má strany dlouhé 300 m a každé nižší patro je tak veliké, aby šířka “schodu” byla 70 m.



Jak dlouhá bude délka strany spodního patra, má-li takováto “pyramida” 4 patra?

- a) $300 + 360\sqrt{3}$ m
- b) $300 + 380\sqrt{5}$ m
- c) $300 + 420\sqrt{3}$ m
- d) $300 + 430\sqrt{5}$ m
- e) $300 + 450\sqrt{5}$ m

14. ZBROJENÍ STŘEDOZEMĚ

6 bodů

V trilogii Pán prstenů vyrábějí elfové v Roklince zbraně pro armády Středozemě. Na výrobu jednoduchého luku potřebují 1 kus dřeva a 2 lokty tětiny, na výrobu dlouhého luku potřebují 2 kusy dřeva a 3 lokty tětiny

a na výrobu kuše potřebují 3 kusy dřeva a 1 loket tětiny. Dohromady elfové použili 150 kusů dřeva a 125 loktů tětiny. Celkem vyrobili 65 prvotřídních zbraní.

Které tvrzení je správné?

- a) Obou typů luků vyrobili celkem 30 kusů.**
- b) Vyrobených kuší bylo o pět méně než jednoduchých luků.**
- c) Vyrobených kuší bylo o pět více než dlouhých luků.**
- d) Dlouhých luků vyrobili elfové nejvíce.**
- e) Kuší vyrobili elfové nejméně.**

15. MAGICKÉ ČÍSLO OBRAZCE

6 bodů

Definujme pro každý rovinný obrazec pojem magické číslo obrazce jako $M = \frac{d \cdot o}{S}$, kde o je obvod obrazce, S je jeho obsah a d je délka nejdelší možné úsečky, kterou lze sestrojít mezi libovolnými dvěma body daného obrazce.

Uspořádejte následující rovinné obrazce dle jejich magického čísla vzestupně od toho, který má číslo M nejmenší, po ten, který ho má největší.

- a)** kruh, čtverec, rovnostranný trojúhelník
- b)** čtverec, kruh, rovnostranný trojúhelník
- c)** kruh, rovnostranný trojúhelník, čtverec
- d)** čtverec, rovnostranný trojúhelník, kruh
- e)** rovnostranný trojúhelník, kruh, čtverec

DESATERO BEZPEČNÉHO CHOVÁNÍ V ONLINE

- 1) Online jsi takřka pořád! Mobilní telefon s připojením máš u sebe i teď. Pravidla bezpečného chování platí nejen ve skutečném světě, ale i v online.
- 2) Když odcházíš z bytu nebo domu, tak zamykáš. Dělej to samé s telefonem. Využívej Face ID, otisk prstu, heslo či PIN.
- 3) Nesdílej zbytečně své osobní údaje, jako je jméno, příjmení, věk a místo kde bydlíš. Když jedeš v autobuse, také to nemáš na ceduli pověšené na krku.
- 4) Soukromí je tvé právo! Nezahazuj ho bezmyšlenkovitě. Tvoje fotografie a příspěvky nemusí vidět celý svět.
- 5) Povídáš si s neznámými lidmi na ulici? Ne. Tak proč to bez problémů děláš na síti?
- 6) Intimní fotky a videa... Opravdu chceš, aby se nad nimi v budoucnu bavili lidé z tvého okolí?
- 7) Vydírání, nátlak a obtěžující chování. Nic z toho do života nepatří. Takže ani na síť. Svěř se blízkým, jen tak to zastavíš.
- 8) Nevěř všemu, co najdeš na síti. Ověřuj si informace.
- 9) To co jednou zveřejníš, už nestáhneš. Neseš za to odpovědnost.
- 10) Napsat hejt je jednoduché, ale vrátí se ti to i s úroky!



Poděkování

Rádi bychom poděkovali všem, kteří pracovali na tvorbě a sestavování úloh pro žáky a kteří se podíleli na organizaci soutěže.

Děkujeme tvůrcům úloh:

Mgr. Martině Kořenové, učitelka matematiky, Říčany,
PhDr. Michaele Kaslové, VŠ pedagog KMDM, Pedagogická fakulta, Univerzita Karlova v Praze,
Mgr. Janě Macháčkové, Ph.D., učitelka matematiky, Praha,
Bc. Milanu Vratislavovi, Pedagogická fakulta, Univerzita Karlova v Praze,
PhDr. Evě Semerádové, Ph.D., učitelka matematiky, Praha,
Mgr. Bc. Janu Matouškovi, učitel matematiky, informatiky a aplikované ekonomie, Praha.

Děkujeme týmu didaktické kontroly:

Mgr. Marcele Ondrůšové, učitelka matematiky a chemie, Ostrava-Poruba,
Mgr. Janě Duňkové, učitelka matematiky, Tanvald,
PhDr. Filipu Roubíčkovi, Ph.D., učitel matematiky, Praha.

Naše díky patří také Poradnímu výboru Pangea:

PhDr. Michaele Kaslové, KMDM, Pedagogická fakulta, Univerzita Karlova v Praze,
prof. RNDr. Marii Demlové, CSc., KM, Fakulta elektrotechnická, ČVUT v Praze,
doc. Mgr. Petru Knoblochovi, Dr., KNM, Matematicko-fyzikální fakulta, Univerzita Karlova v Praze,
doc. Ing. Lubomíře Dvořákové, Ph.D., KM, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská, ČVUT v Praze,
Ing. et Ing. Marku Kovářovi, MBE, Fakulta strojní, ČVUT v Praze,
Mgr. Olze Páskové, Gymnázium Karla Sladkovského, Praha.

Děkujeme generálnímu partnerovi soutěže:
Meridian International School, s.r.o.

MEZINÁRODNÍ ŠKOLA MERIDIAN

Úspěšný krok do života

**MATEŘSKÁ ŠKOLA
ZÁKLADNÍ ŠKOLA
GYMNÁZIUM**

UNIVERSITY of CAMBRIDGE
International Examinations
CAMBRIDGE INTERNATIONAL CENTRE

COBIS

Frýdlantská 1350/1, Praha 8 - Kobylisy www.meridianedu.cz



Veškerá práva jsou vyhrazena. Úlohy náleží matematické soutěži Pangea. Kopírování není dovoleno.



Pangea

matematická soutěž

Generální partner



Partneři



NÁRODNÍ
MUZEUM



NADACE ČEZ



SKUPINA ČEZ



CASIO®



česká asociace
science
center



KAZDA



BACK-TIME
PRAGUE



Pomáhat a chránit

iQ LANDIA



SÍŇ SLÁVY
ČESKÉHO HOKEJE

proxima.zs

Mediální partneři



UČITEL UM
MATEMATIKY

ROZ
HLEDY
MATematicko-fyzikální



Záštity



Školní kolo : 10.2. - 7.3.2025

Finálové kolo : 9.6.2025