



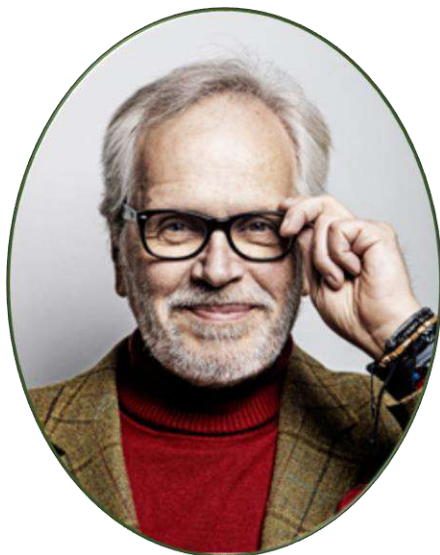
**Pangea**  
matematická soutěž

**9. ročník**

**SOUBOR OTÁZEK**  
**-Finále-**

**2023**

## Patroni matematické soutěže Pangea pro rok 2022/2023



© František Kinský

### **František Kinský**

potomek starého šlechtického rodu

patron za téma **Dějiny**



© Zoo Praha

### **Miroslav Bobek**

ředitel Zoo Praha

patron za téma **Zvířata**



 #www.pangeasoutez.cz

 #Pangea Česká republika

 #pangeamathematic

## Finálové kolo - 9. ročník

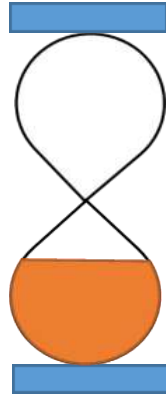
### 1. ČAS

3 body

Čas se měřil v historii různě. Jedním z měřidel byly přesýpací hodiny.

Naše přesýpací hodiny mají obě propojené nádobky shodné.

**Určete objem vzduchu v přesýpacích hodinách, když víte, že spodní nádobka je plná z 85 %, což je  $1,5 \text{ cm}^3$  písku.**



Pozn. vzduch mezi zrnky písku zanedbáme, zaokrouhlujeme na 3 desetinná místa.

a)  $0,088 \text{ cm}^3$

b)  $0,264 \text{ cm}^3$

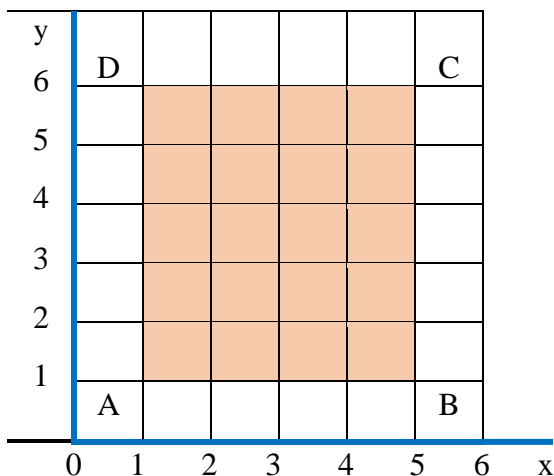
c)  $1,848 \text{ cm}^3$

d)  $1,740 \text{ cm}^3$

e)  $2,029 \text{ cm}^3$

## 2. ZMĚNY

3 body



V prvním kvadrantu soustavy souřadnic je vyznačen obdélník ABCD.

Zjisti, zda je možné obdélník změnit tak, aby nový útvar splňoval následující podmínky:

- 1) Vrcholy nového útvaru leží v dané části kvadrantu a mají celočíselné souřadnice,
- 2) obsah nového útvaru je o 20 % menší než obsah obdélníku,
- 3) nový útvar bude mít nejméně jednu osu souměrnosti,
- 4) obvod nového útvaru je stejný jako obvod obdélníku.

## **Finálové kolo - 9. ročník**

- a) Je možné splnit všechny podmínky, úloha má jedno řešení, vznikne 12úhelník.**
- b) Je možné splnit všechny podmínky, úloha má nejméně dvě řešení.**
- c) Úlohu je možné řešit jen s vynecháním podmínky 3), pak úloha má alespoň 6 řešení.**
- d) Úlohu lze řešit jen s vynecháním podmínky 4), pak má nekonečně mnoho řešení.**
- e) Úlohu lze řešit jen s vynecháním podmínky 4), pak má konečný počet řešení, ale víc než 10.**

### 3. VELETUCET

3 body

Vzpomínáš si na úlohu o tuctech a kopách ze školního kola?

Tyto staré kupecké míry mají svůj základ ve dvanáctkové soustavě.

Kromě kopy a tuctu se také používaly pojmy veletucet a velekopa.

Veletucet je tucet tuctů a velekopa je kopa kop.

**Rozhodni, která možnost z nabídky představuje největší počet kusů.**

- a) veletucet třetin velekopy**
- b) půl veletuctu velekop**
- c) velekopa třetin veletuctu**
- d) třetina veletuctu velekop**
- e) tři kopy veletuctů**

### 4. HISTORIE SPRAVEDLNOSTI

3 body

*Hry, které připomínaly fotbal, hráli již ve starověku např. Číňané i Řekové. Pak hru převzali Římané a dali jí jméno hartpastum, ale rozměry míče se ještě nepřeměřovaly. To bylo pro některé týmy nespravedlivé. Aby byly spravedlivé podmínky ve sportu, začaly se postupně zavádět měřitelné podmínky. Určovaly se závazné rozměry pro hřiště i náčiní a nářadí.*

Představ si, že jsi sudí a máš ověřit regulérnost pro před zahájením zápasu **hráčů** nad 12 let ve finále, pro **muže** a pro **ženy**. Prohlédni si tabulku. **Který z donesených míčů vybereš pro finálový zápas: ve fotbalu (F), v házené (H), v basketu (B) a ve volejbalu (V)?**

sport	norma pro d v mm	Donesené míče zjištěný „obvod míče“ v mm			
		A	B	C	D
fotbal	216,45-222,83	660-680	670-690	680-700	690-710
házená	184,62-190,99	575-600	580-600	580-605	584-605
basketbal	230,46-234,59	724-737	722-735	720-731	718-729
volejbal	197,35-216,65	610-650	615-660	615-670	620-680

- a) FB, HB, BC, VC    b) FD, HC, BA, VB    c) FC, HB, BA, VD**  
**d) FC, HA, BD, VA    e) FA, HD, BB, VD**

## 5. HISTORIE COCA-COLY

4 body

Američan John Pemberton se po zranění v občanské válce snažil ulevovat si od bolesti různými způsoby. Jako lékárník uměl míchat různé sirupy. Roku 1886 přešel lékárník na výrobu sladkého nealkoholického nápoje z extraktu lístků americké koky a kofeinu z ořechů kola, dnes známý jako Coca-Cola. Původní recept se v historii měnil. Každá chuť v nápoji je dána poměrem jeho složek, receptury jsou tajné. V únoru 2011 americký server *Thisamericanlife.org* v textu uvedl, že prý odhalil složení Coca-Coly:

- voda – 10 kg
- pomerančový olej – 20 kapek
- limetková šťáva – 1 kg
- citronový olej – 30 kapek
- cukr – 840 g
- neroli (silice z květů hořkého pomerančovníku) – 10 kapek
- koriandr – 5 kapek
- kyselina fosforečná – 84 g
- skořice – 10 kapek
- alkohol – 224 g
- muškátový oříšek – 10 kapek
- vanilka – 28 g
- karamel – 42 g kvůli barvě
- extrakt z koky – 6 g
- tajná ingredience 7X – od 56 g
- kofein 28 g

(1 kapka má objem 0,05 ml)

Napodobitelé namíchali různě objemné vzorky. **Která z použitých receptur K, L, M je blíže receptuře na Coca-Colu než zbývající?**

Odchyłka v setinách gramů či setinách ml je zanedbatelná.



## Finálové kolo - 9. ročník

K	Voda	L	Voda	M	Voda
	5 kg		3333 g		2,5 kg
Olej P. 0,5 ml	Šťáva lim. 0,5 kg	Olej P 0,33 ml	Šťáva lim. 0,333 kg	Olej P 0,25 ml	Šťáva lim. 250 g
Olej C. 0,75 ml	Cukr 420 g	Olej C. 0,5 ml	Cukr 280 g	Olej C. 0,4 g	Cukr 220 g
Neroli 0,5 ml	Kyselina f. 42 g	Neroli 0,17 ml	Kyselina f. 18 g	Neroli 0,12 g	Kyselina f. 0,21 g
Koriandr 0,13 ml	Alkohol 122 g	Koriandr 0,08 ml	Alkohol 72 g	Koriandr 0,08 g	Alkohol 56 g
Skořice 0,25 ml	Vanilka 0,15 g	Skořice 0,16 ml	Vanilka 9 g	Skořice 0,13 g	Vanilka 0,7 g
Muškát 0,5 ml	Koka 0,3 g	Muškát 0,2 ml	Koka 2 g	Muškát 0,12 g	Koka 1,5 g
Karamel 21 g	Kofein 0,15 g	Karamel 14 g	Kofein 9 g	Karamel 11 g	Kofein 7 g

- a) M, L
b) L
c) M, K
d) L, K
e) K



**7. 1 km****4 body**

Kdyby sloní želva snížila svoji rychlost o 0,07 km/h a šla by stále stejnou rychlostí 1 km, trvalo by jí to 5 h. Kdyby lenochod zvýšil svoji reálnou rychlost o 0,16 km/h, překonal by 1 km za polovinu toho, co by to šla novou rychlostí želva.

**O kolik km/h se liší reálné rychlosti obou zvířat?**

**a) o 0,1 km/h****b) o 0,09 km/h****c) o 0,07 km/h****d) o 0,05 km/h****e) o 0,03 km/h**

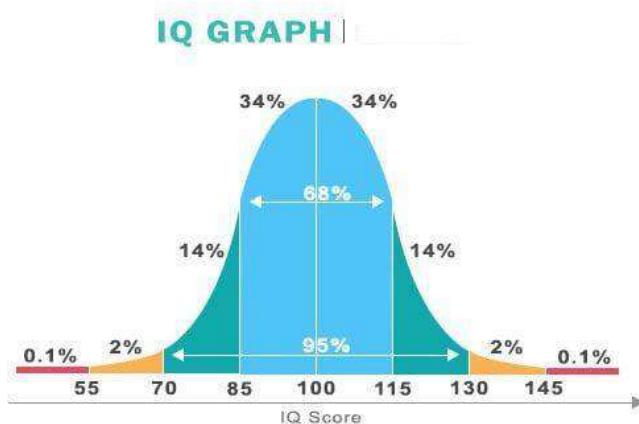
*Zdroj: [https://cs.wikipedia.org/wiki/%C5%BDelva\\_slon%C3%AD](https://cs.wikipedia.org/wiki/%C5%BDelva_slon%C3%AD) a  
<https://pixabay.com/cs/images/search/lenochod/>*

## 8. GAUSSOVA KŘIVKA

4 body

Na obrázku vidíš graf zaznamenávající rozložení IQ ve společnosti. Tato křivka s typickým tvarem nese Gaussovo jméno.

Graficky zachycuje skutečnost, že velká část populace je nahromaděná v blízkosti průměrné hodnoty a čím větší extrém (na jednu či druhou stranu), tím menší je v populaci jeho četnost.



Který z následujících jevů zřejmě nebude mít při svém statistickém zkoumání v populaci podobný průběh?

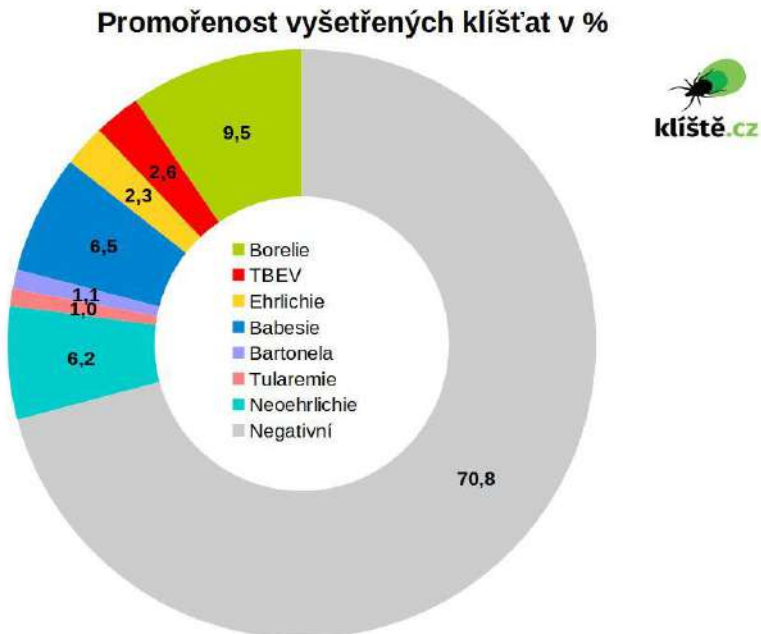
- a) výška dospělého muže v cm
- b) hmotnost dospělé ženy v kg
- c) hmotnost novorozence v g
- d) věk
- e) součet čísel při hodu třemi hracími kostkami současně

## 9. KLÍŠŤATA V ČR

4 body

Sleduj diagram. V letech 2006-2020 udělali vědci jedné laboratoře analýzu 18 000 klíšťat, která byla odebrána z kůže různých osob, které byly klíštětem napadeny. Vědci u nich zjišťovali, které nemoci přenášejí na člověka. Představ si, že tvůj spolužák chytil dvě klíšťata.

Jaká je přibližně pravděpodobnost, že obě klíšťata jsou infekční?



Zdroj: <https://www.kliste.cz/cz/vse-o-klistatech/clanek/promorenost-klistat>

- a) méně než 2 %      b) 2-5 %      c) 6-9 %  
d) 10-12 %      e) více než 12 %

## 10. CARL FRIEDRICH GAUSS

4 body

Carl Friedrich Gauss je jednou z velkých postav historie matematiky. S jeho dílem se jistě potkáš, pokud se matematikou budeš zabývat i za pár let na vysoké škole.

Pro dnešek ale jen jednoduchá úloha, která bývá s jeho jménem spojována. Gauss měl už jako malý žák pro matematiku velké nadání a jeho učitel, aby ho na nějakou dobu zabavil, mu dal sečíst všechna čísla od 1 do 100.



*Zdroj: [https://cs.wikipedia.org/wiki/Carl\\_Friedrich\\_Gauss#/media/Soubor:Carl\\_Friedrich\\_Gauss.jpg](https://cs.wikipedia.org/wiki/Carl_Friedrich_Gauss#/media/Soubor:Carl_Friedrich_Gauss.jpg)*

**Žák ho ale překvapil, když měl výsledek za okamžik napsaný.  
Dokážeš to taky?**

- a) 5000**                      **b) 5500**                      **c) 5050**
- d) 5005**                      **e) jiný výsledek**

**11. PLUS MÍNUS PLUS MÍNUS...****5 bodů**

Zkusme Gaussovu žákovskou úlohu trochu pozměnit. Číselnou řadu tentokrát protáhneme až do 1000 a budeme střídát plus a mínus.

**Vypočítej:**

$$1 + 2 - 3 + 4 - 5 + 6 - \dots + 998 - 999 + 1000 = \dots$$

**a) 499**

**b) 500**

**c) 501**

**d) 502**

**e) jiný výsledek**

**12. DVACET ČTYŘI LOMENO SEDM****5 bodů**

Zápis  $24/7$  obvykle znamená informaci o dostupnosti nějaké služby bez omezení, tedy 24 hodin denně a 7 dní v týdnu. Pokud se ale na tento zápis podíváme jako na zlomek, můžeme se pokusit určit např. toto:

**Která číslice je na dvacátém desetinném místě (tedy na místě stotriliontin) v desetinném zápisu zlomku  $\frac{24}{7}$ ?**

**a) 2**

**b) 4**

**c) 5**

**d) 7**

**e) 10**

### 13. ČTYŘI CIFRY

5 bodů

Ze čtyř číslic sestavuješ náhodně čtyřciferné číslo. Pravděpodobnost, že vytvořené číslo bude dělitelné čtyřmi, je 25 %.

Pro kterou čtveřici číslic z nabídky to platí?

a) 5, 4, 2, 8

b) 1, 2, 8, 4

c) 2, 4, 8, 6

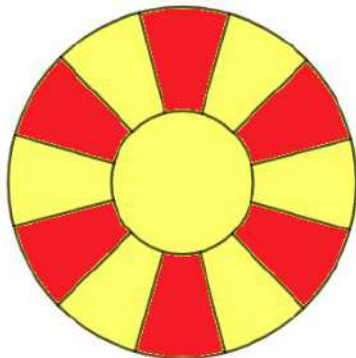
d) 9, 6, 8, 3

e) 6, 4, 3, 2

### 14. SLUNCE

5 bodů

Podívej se na následující obrázek. Základem jsou dvě kružnice se společným středem. Mezikruží je rozděleno na 12 stejných dílů. Menší z kružnic má poloměr 1 cm. Určete poloměr větší kružnice, víme-li, že žlutá barva zabírá dvě třetiny obrázku.



a) 2 cm

b) 3 cm

c)  $\sqrt{2}$  cm

d)  $\sqrt{3}$  cm

e)  $\sqrt{6}$  cm



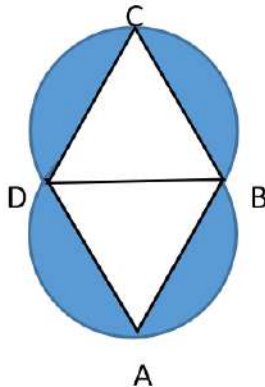
**15. MODRÁ****5 bodů**

Historie matematiky se zabývala vztahy kruhu a dalších  $n$ -úhelníků.

Pracujte s přesností na dvě desetinná místa. N obrázku je kosočtverec ABCD. Úhel  $\beta$  při vrcholu B měří  $120^\circ$  a strana kosočtverce  $a = 6$  cm.

Každá polovina kosočtverce je vepsána kružnici. (použij:  $\sqrt{3} = 1,73$  a  $\pi = 3,14$ )

**Urči obsah modrých částí, které obklopují kosočtverec.**



**a)  $36,28 \text{ cm}^2$**

**b)  $34,58 \text{ cm}^2$**

**c)  $31,08 \text{ cm}^2$**

**d)  $29,48 \text{ cm}^2$**

**e)  $27,38 \text{ cm}^2$**

## 16. OVEČKY

5 bodů

Pan Novák, pan Matějček a pan Tománek chovají ovečky. Kdyby měl pan Novák dvojnásobné množství oveček, než má, znamenalo by to, že má trojnásobné množství oveček než pan Matějček. Pan Tománek má dvojnásobek oveček, než mají pan Novák a pan Matějček dohromady.

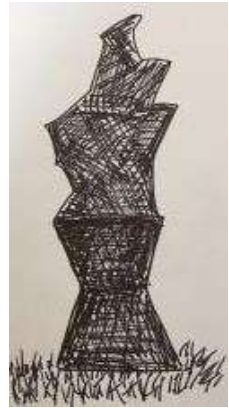
**Kolikrát víc oveček má pan Tománek než pan Matějček?**

- a) dvakrát
- b) třikrát
- c) čtyřikrát
- d) pětkrát
- e) šestkrát

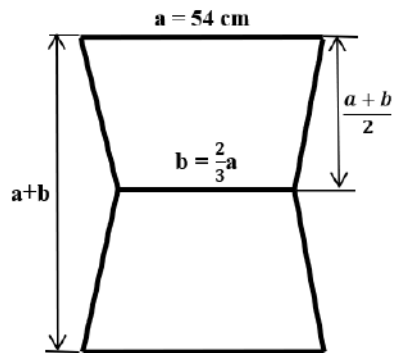
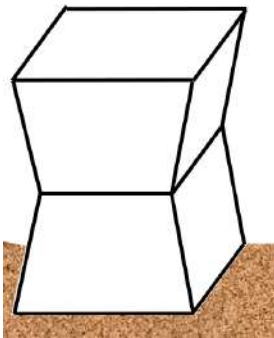
## 17. PODSTAVCE POD SOCHY

6 bodů

Sochy se v zahradách vždy stavěly na podstavce. Podstavec odpovídal stylem soše, která na něj byla umístěna: k barokní soše barokní podstavec atd. Podstavec pod kubistickou sochu je z kararského mramoru (bílý mramor z Itálie). Horní a dolní podstavy jsou čtvercové. Z obrázku znáš jeho některé rozměry. Za obroušení jeho povrchu do hladka zaplatíš přibližně 450 Kč/m<sup>2</sup> bez DPH. DPH tvoří 21 % z ceny bez DPH.



**Kolik Kč zaplatí galerie za obroušení podstavce?**



- a)  $(1:10\ 000) \cdot 1,21 \cdot 450 \cdot 4 \cdot (36 + 54) \cdot \sqrt{45^2 + 9^2}$
- b)  $[(36 + 54):2 \cdot \sqrt{45^2 + 9^2} \cdot 8 + 2 \cdot 542] \cdot 450 \cdot (1 + 0,21):100$
- c)  $\sqrt{(9^2 + 9^2)} \cdot \frac{1}{2}(36 + 54) \cdot 450 \cdot 5,21:10\ 000$
- d)  $8 \cdot 450 \cdot \sqrt{(5^2 + 1)9^2} \cdot (18 + 27) \cdot 0,21 \cdot 450:100$
- e)  $\frac{54+36}{2} \cdot 3 \cdot \sqrt{(25 + 1)} \cdot 8 \cdot \sqrt{(9^2 + 9^2)} \cdot 1,21 \cdot 450$

## 18. VOLNÁ PSÍ SESTAVA

6 bodů

*Ve volných disciplínách předvádějí psi, co všechno umí. Předpokládá se, že zvládají chůzi u nohy a reagují správně na přivolání a na povely štěkeje, sedni, lehni, vstaň a stůj.*

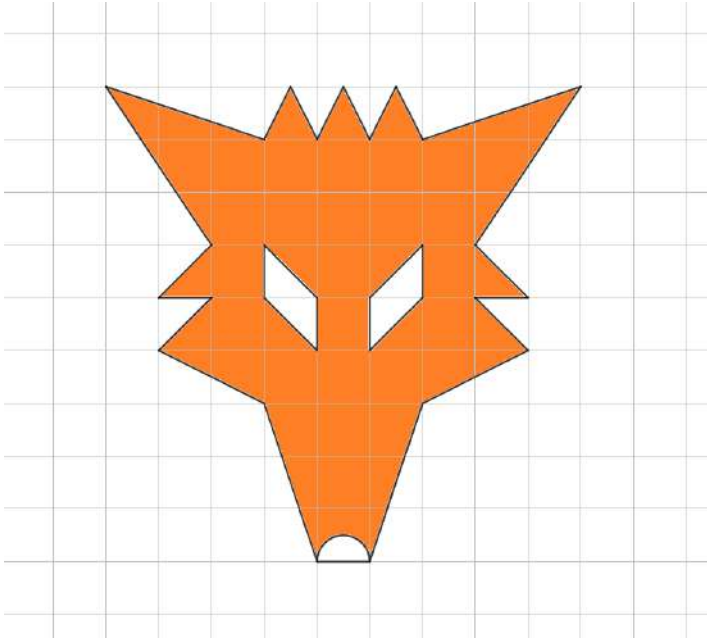
Do předvedení si tentokrát dali pořadatelé podmínku, že má sestava obsahovat 5 prvků vybraných z 8 povinných následujících: *pac, aport, odlož věc, oběhni* (majitele/metu), *hledej* (vyčmucej), *přeskoč, přeběhni po něčem, proběhni* (brankou/tunelem). Záleží na majiteli psa, co do sestavy z nabídky zvolí. K vybraným prvkům může něco nového přidat.

**Z kolika povinně volitelných možností sestav majitel vybírá, když jeho pes zvládá vše, co je v nabídce?**

- a) 126      b) 80      c) 64      d) 56      e) 48

## 19. OBVOD LIŠKY

6 bodů



Tvým úkolem je určit “obvod lišky”, tedy celkovou délku všech černých čar objektu, včetně očí a čenichu. Délka strany každého čtverečku je 1.

- a)  $7 + 8\sqrt{2} + 2,5\sqrt{5} + 4\sqrt{10} + 2\sqrt{13} + 0,5\pi$
- b)  $7 + 8\sqrt{2} + 2,5\sqrt{5} + 4\sqrt{10} + 2\sqrt{13} + 0,25\pi$
- c)  $7 + 8\sqrt{2} + 5\sqrt{5} + 4\sqrt{10} + 2\sqrt{13} + 0,5\pi$
- d)  $7 + 14\sqrt{2} + 2\sqrt{5} + 4\sqrt{10} + 2\sqrt{13} + 0,25\pi$
- e) jiný výsledek

## 20. OBSAH LIŠKY

**6 bodů**

Urči obsah oranžového obrázku lišky z předchozí úlohy, tedy celkový obsah oranžové plochy.

**a)**  $38 - \frac{3}{2}\pi$

**b)**  $37 - \frac{1}{4}\pi$

**c)**  $38 - \frac{1}{8}\pi$

**d)**  $37,5 - \frac{1}{8}\pi$

**e)** jiný výsledek

# TVOJE CESTA NAČISTO

...na co je dobré pamatovat:



Dodržovat zákony se vyplatí a ti, co tvrdí opak, se snadno ocitnou na slepé koleji. Sebe a své schopnosti známe nejlépe jen my sami. My sami se musíme rozhodnout, co je pro nás v životě dobré a co ne.

1. Prodej cigaret a alkoholu osobám mladším 18 ti let je zakázáný.
2. Kupovat a podávat alkohol osobám mladším 18 ti let je protiprávní.
3. Drogy jsou nelegální zboží a nepodléhají žádné kontrole kvality. O to více jsou zdraví škodlivé a životu nebezpečné.
4. Tomu, kdo drogy vyrábí, nabízí a prodává, nejde o Tvé dobro a zdraví, ale o vlastní zisk. Kdo prodá, nebo jinému jinak opatří, či přechovává omamnou nebo psychotropní látku, bude potrestán odnětím svobody na 1 rok až 5 let, nebo peněžitým trestem.
5. Léčebné využití zabavených návykových látek zakazuje zákon. Soud nařizuje likvidaci drog ve speciální spalovně, což zajišťuje policie.
6. To nejcennější, co v životě máme, je svoboda. Můžeme o ni přijít trestem odnětím svobody, ale i závislostí na návykové látce, pokud se staneme otrokem drogy.
7. Ke krádeži dochází bez použití násilí proti jinému člověku, u loupeže je rozhodujícím znakem násilí. Stačí ho pouze naznačit, třeba pohrůzkou. Za loupež se udělují vyšší tresty.
8. Nikdy nesedáme do auta s řidičem, který před jízdou pil alkohol nebo kouřil marihuanu. Vždy máme jinou možnost, jak se dostat bezpečně domů.
9. Podle zákona je naší povinností poskytnout člověku v ohrožení života první pomoc. Přitom vždy v první řadě dbáme na svou vlastní bezpečnost.
10. Zákon není od toho, aby vás omezoval. Je od toho, aby vás chránil před lidmi, kterým nezáleží na vašem životě.



# Poděkování

Rádi bychom poděkovali všem, kteří pracovali na tvorbě a sestavování úloh pro žáky a kteří se podíleli na organizaci soutěže.

Děkujeme tvůrcům úloh:

**Mgr. Martině Kořenové**, učitelka matematiky, Říčany,  
**PhDr. Michaele Kaslové**, VŠ pedagog KMDM, Pedagogická fakulta, Univerzita Karlova v Praze,  
**Mgr. Janě Macháčkové, Ph.D.**, učitelka matematiky, Praha,  
**Bc. Milanu Vratislavovi**, Pedagogická fakulta, Univerzita Karlova v Praze,  
**PhDr. Evě Semerádové, Ph.D.**, učitelka matematiky, Praha,  
**Mgr. Bc. Karlu Zavřelovi**, učitel matematiky, fyziky a informatiky, Praha.

Děkujeme týmu didaktické kontroly:

**Mgr. Marcele Ondrůšové**, učitelka matematiky a chemie, Opava,  
**Mgr. Janě Duňkové**, učitelka matematiky, Tanvald,  
**PhDr. Filipu Roubíčkoví, Ph.D.**, učitel matematiky, Praha.

Naše díky patří také Poradnímu výboru Pangea:

**PhDr. Michaele Kaslové**, KMDM, Pedagogická fakulta, Univerzita Karlova v Praze,  
**prof. RNDr. Marii Demlové, CSc.**, KM, Fakulta elektrotechnická, ČVUT v Praze,  
**doc. Mgr. Petru Knoblochovi, Dr.**, KNM, Matematicko-fyzikální fakulta, Univerzita Karlova v Praze,  
**doc. Ing. Lubomíře Dvořákové, Ph.D.**, KM, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská, ČVUT v Praze,  
**Ing. et Ing. Marku Kovářovi, MBE**, Fakulta strojní, ČVUT v Praze,  
**Mgr. Olze Páskové**, učitelka českého jazyka, Praha.

Děkujeme generálnímu partnerovi soutěže:  
**Meridian International School, s.r.o.**

**MEZINÁRODNÍ ŠKOLA MERIDIAN**

*Úspěšný krok do života*

**MATEŘSKÁ ŠKOLA  
ZÁKLADNÍ ŠKOLA  
GYMNÁZIUM**

**meridian**  
INTERNATIONAL SCHOOL GROUP

UNIVERSITY of CAMBRIDGE  
International Examinations  
CAMBRIDGE INTERNATIONAL CENTRE

**COBIS**  
COUNCIL OF  
BOYD  
SCOTT  
INTERNATIONAL  
SCHOOLS

Frydlantská 1350/1, Praha 8 - Kobylisy [www.meridianedu.cz](http://www.meridianedu.cz)



Všecká práva jsou vyhrazena. Úlohy náleží matematické soutěži Pangea. Kopírování není dovoleno.





# Pangea

matematická soutěž

Generální partner



Partneři



NÁRODNÍ  
MUZEUM



NADACE ČEZ



SKUPINA ČEZ



NÁRODNÍ  
PAMÁTKOVÝ  
ÚSTAV

CASIO

česká asociace  
**Science**  
center

VAGNER



LANDIA

KAZDA

ABÁKU



Akademie věd  
České republiky



Pomáhat a chránit

Dedoles

proxima.zs

Mediální partneři



UČITEL UM  
MATEMATIKY

AMOS  
vision

Záštity



Školní kolo : 13.2. - 10.3.2023

Finálové kolo : 16.6.2023