



Pangea
matematická soutěž

8. ročník

SOUBOR OTÁZEK

-Finále-

2021

Patroni matematické soutěže Pangea pro rok 2020/2021



© S. Kyselová, AV ČR

prof. RNDr. Eva Zažímalová, CSc.
předsedkyně Akademie věd ČR
patronka za téma **Věda**



© S. Kyselová, AV ČR

prof. PhDr. Ing. Jan Royt, Ph.D., DSc.
prorektor UK pro tvůrčí a ediční činnost
patron za téma **Výtvarné umění**



 www.pangeasoutez.cz

 [#Pangea Česká republika](https://www.youtube.com/Pangea_Ceska_republika)

 [#pangeamathematic](https://www.facebook.com/pangeamathematic)

1. ŠACHOVNICE**3 body**

Na šachovnici ve tvaru čtverce je v každé řadě a každém sloupci osm polí. Na šachovnici je umístěno 14 bílých a 9 černých figurek.

Jaká část šachovnice je **ne**obsazena?

a) $\frac{1}{4}$

b) $\frac{23}{64}$

c) $\frac{3}{8}$

d) $\frac{19}{32}$

e) $\frac{41}{64}$

2. HLEDEJTE CHYBU**3 body**

V následujícím výpočtu je chyba:

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{2} - \frac{5}{4} = \frac{2 \cdot 4 + 3 \cdot 6 - 3 \cdot 5}{12} = \frac{8 + 18 + 15}{12} = \frac{31}{12}$$

- a)** v modré části
- b)** ve žluté části
- c)** v zelené části
- d)** v modré i ve žluté části
- e)** ve žluté a v zelené části

3. LICHOLICHÁ ČÍSLA

3 body

V Eukleidových knihách *Základy* jsou jako licholichá čísla označována ta přirozená čísla, která můžeme vyjádřit jako součin dvou lichých čísel větších než 1.

Kolik existuje licholichých čísel, která jsou větší než 89 a zároveň menší než 101?



Titulní strana latinského překladu Eukleidových Základů ze 14. století

Zdroj obrázku: https://cs.wikipedia.org/wiki/Eukleidovy_Z%C3%A1klady

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

e) 5

4. SOUROZENCI**3 body**

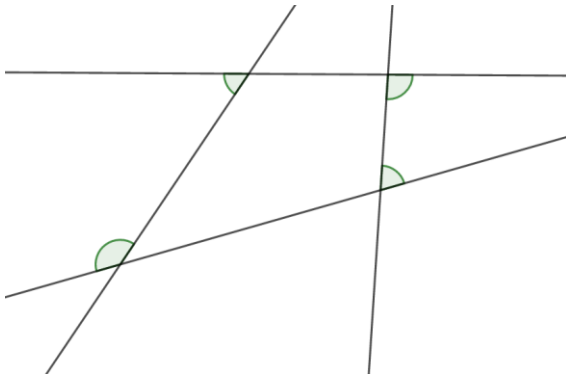
Jeden ze sourozenců řekl: „Můj bratr má jednoho bratra, ne víc, ne míň.
Moje sestra má dvě sestry. Ne víc, ne míň.“

Kolik je tedy sourozenců celkem?

- a) 5**
- b) 6**
- c) 5, pokud mluvila dívka, 6, pokud mluvil chlapec.**
- d) 6, pokud mluvila dívka, 5, pokud mluvil chlapec.**
- e) Je jich méně než 5.**

5. SOUČET VELIKOSTÍ ÚHLŮ**4 body**

Součet velikostí úhlů vyznačených na obrázku je:

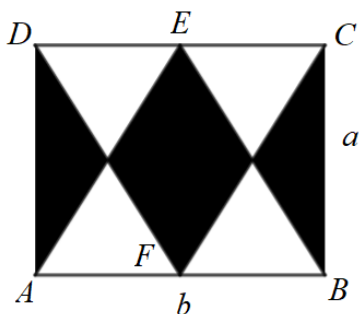


- a) 180°**
- b) 360°**
- c) 540°**
- d) 720°**
- e) Nelze určit**

6. OBSAH ÚTVARU

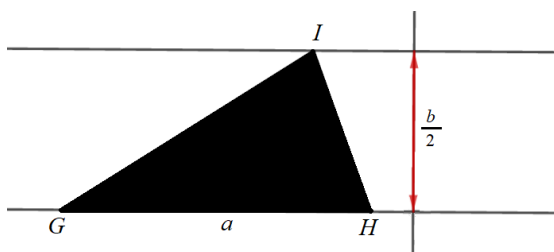
4 body

Z černě vybarvených útvarů na obrázcích vyberte ten, jehož obsah **není** roven $\frac{a \cdot b}{2}$.



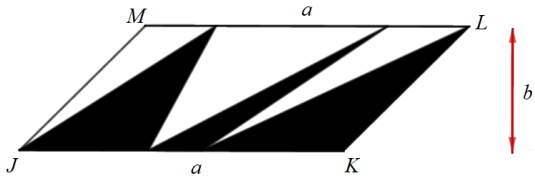
*Pozn.: ABCD je obdélník,
E a F středy jeho stran.*

a)

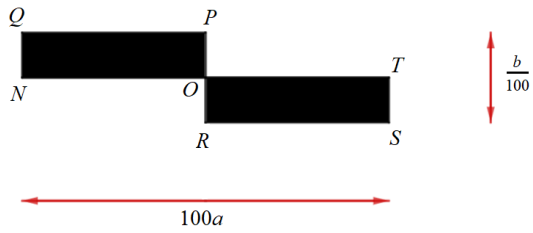


b)

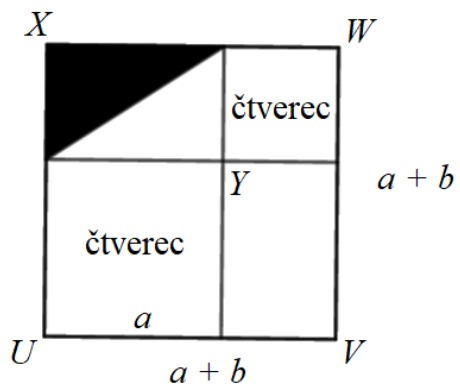
Finálové kolo - 8. ročník



c) Pozn.: $JKLM$ je rovnoběžník.



d) Pozn.: $NOPQ$ a $RSTO$ jsou shodné obdélníky.



e)

7. POČTY OBYVATEL V RŮZNÝCH ČÁSTECH PRAHY **4 body**

Statistická data o obyvatelích České republiky zveřejňuje Český statistický úřad.

SPRÁVNÍ OBVODY

26-101. Základní údaje podle krajů a správních obvodů obcí s rozšířenou působností ČR k 31. 12. 2019

ČR, kraje, správní obvody obcí s rozšířenou působností <i>CR, Regions, administrative districts of municipalities with extended powers</i>	Počet obcí <i>Number of municipalities</i>	Výměra (ha) <i>Area (ha)</i>	Počet obyvatel celkem <i>Population, total</i>	v tom ve věku <i>Aged (years)</i>		
				0–14	15–64	65+
Česká republika Czech Republic	6 258	7 887 004	10 693 939	1 710 202	6 852 107	2 131 630
Hlavní město Praha³⁾	⁴⁾ 57	49 621	1 324 277	210 847	862 264	251 166
správní obvod Praha 1	1	554	29 563	3 385	21 051	5 127
správní obvod Praha 2	1	419	50 363	6 737	35 420	8 206
správní obvod Praha 3	1	648	76 041	10 438	52 366	13 237
správní obvod Praha 4	1	3 230	142 091	21 004	89 553	31 534
správní obvod Praha 5	1	3 509	91 921	14 815	61 711	15 395
správní obvod Praha 6	1	5 613	120 012	19 999	75 598	24 415
správní obvod Praha 7	1	1 047	46 652	7 599	31 641	7 412
správní obvod Praha 8	1	3 754	116 420	18 254	72 562	25 604
správní obvod Praha 9	1	1 331	60 601	10 000	39 680	10 921
správní obvod Praha 10	1	1 861	110 571	16 473	69 433	24 665
správní obvod Praha 11	1	2 193	85 248	13 044	51 865	20 339
správní obvod Praha 12	1	2 856	68 444	11 377	43 112	13 955
správní obvod Praha 13	1	2 310	68 759	11 180	47 708	9 871
správní obvod Praha 14	1	1 929	50 470	8 062	35 284	7 124
správní obvod Praha 15	1	2 826	50 459	8 908	32 865	8 686
správní obvod Praha 16	1	3 615	25 014	4 562	15 858	4 594
správní obvod Praha 17	1	1 042	31 333	5 059	21 151	5 123
správní obvod Praha 18	1	1 579	33 384	6 662	22 068	4 654
správní obvod Praha 19	1	1 580	14 434	3 056	9 239	2 139
správní obvod Praha 20	1	1 694	15 652	2 595	10 303	2 754
správní obvod Praha 21	1	2 664	18 930	3 599	12 121	3 210
správní obvod Praha 22	1	3 367	17 915	4 039	11 675	2 201

26-101. Základní údaje podle krajů a správních obvodů obcí s rozšířenou působností ČR k 31. 12. 2019, zdroj Český statistický úřad

Finálové kolo - 8. ročník

Podle tabulky s daty o obyvatelstvu v jednotlivých obvodech Prahy vyberte pravdivé tvrzení:

- a) V Praze 1 je vyšší podíl obyvatel ve věku 0–14 let než v Praze 22.**
- b) V Praze 1 je více obyvatel na hektar než v Praze 22.**
- c) Správní obvod Prahy s největší rozlohou je Praha 8.**
- d) V Praze 19 a 20 žilo dohromady k datu platnosti tabulky méně obyvatel než v Praze 1.**
- e) Ani jedno z uvedených tvrzení není pravdivé.**

8. BLANKA MATRAGI

4 body

Jednou z nejznámějších českých módních návrhárek je Blanka Matragi, pracující jak v Čechách, tak v Libanonu. Mezi její klienty patří i královské rodiny z paláců v Perském zálivu.



Model od Blanky Matragi. Zdroj: <https://blankamatragi.eu/portfolio/vystava-25/>

Finálové kolo - 8. ročník

Výstava k pětadvacetiletému výročí její tvorby byla zahájena 24. září 2006 a ukončena přesně o tři týdny později.

Který den výstava skončila, víme-li, že v roce 2006 vycházel poslední srpnový den na čtvrtek?

- a) sobota 10. října**
- b) neděle 10. října**
- c) sobota 15. října**
- d) neděle 15. října**
- e) žádná z uvedených možností**

9. POČET DĚLITELŮ

4 body

Kolik dělitelů (včetně čísla jedna a sama sebe) má číslo $a \cdot a \cdot b \cdot b$, pokud víme, že a a b jsou různá prvočísla?

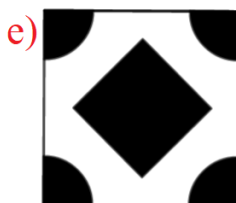
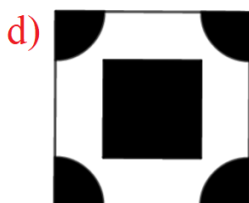
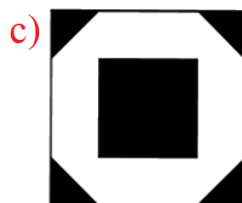
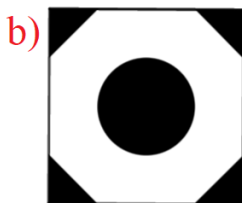
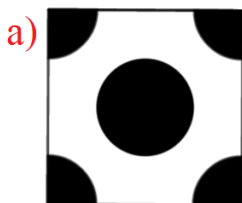
- a) 2 b) 4 c) 5 d) 8 e) 9

10. DLAŽDIČKY

4 body

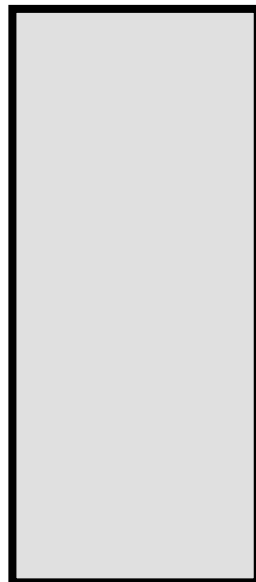
Matematik si přinesl domů obkládací dlaždičky za kuchyňskou linku z nově prodávané série. Když se ho soused ptal, jaké jsou, odpověděl: „Čtvercové dlaždičky mají rozměr 20 cm x 20 cm. Černé plochy na dlaždičce tvoří body, které nemají od jejich vrcholů vzdálenost větší než 5 cm, a dále ty body, které nemají od žádné strany dlaždičky vzdálenost menší než 5 cm.“

Z nabízených možností vyberte tu, kterou si onen matematik koupil.



11. CENA ODMĚRNÉHO VÁLCE**5 bodů**

Nádoby v chemické laboratoři musí být vyrobeny ze speciálního skla, které je dobře odolné proti většině chemických látek, má dobré optické i fyzikální vlastnosti a vydrží vysoké teploty. Laboratorní odměrný válec o objemu 100 ml stojí u jistého dodavatele v maloobchodním prodeji 220 Kč. U jiného dodavatele by sice vyšel na pouhých 200 Kč, musel by se ale odebrat v množství 10 kusů. Pokud bychom koupili celé balení a nepotřebné kusy prodali přes bazar, prodali bychom jeden kus za 150 Kč.



Jaký nejmenší počet odměrných válců o velikosti 100 ml bychom museli potřebovat pořídit, aby se nám vyplatilo koupit velké balení a zbytek prodat přes bazar?

Zdroj obrázku:

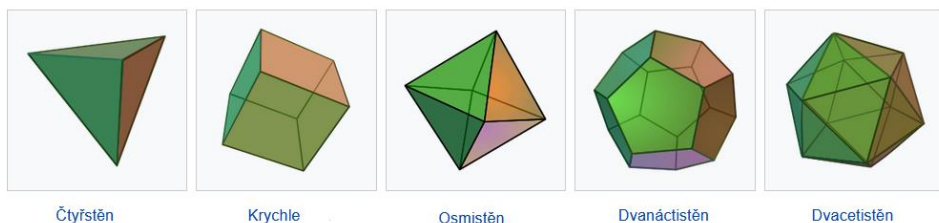
https://cs.wikipedia.org/wiki/Odm%C4%9Brn%C3%BD_v%C3%A1lec#/media/Soubor:Measuring_cylinder_hg.jpg

a) 6**b) 7****c) 8****d) 9****e) 10**

12. ŠPERKY

5 bodů

Ve šperkařském ateliéru se rozhodli vyrobit kolekci šperků ve tvaru platónských těles. (Platónská tělesa jsou pravidelné mnohostěny, jejichž stěny tvoří shodné pravidelné n -úhelníky. Takových těles existuje pouze pět typů – všechny vidíte na obrázku.)



Zdroj obrázku: https://cs.wikipedia.org/wiki/Plat%C3%B3nsk%C3%A9_t%C4%9Bleso

Které tvrzení o platónských tělesech je **nepravdivé**?

- a) Počet vrcholů dvanáctistěnu je stejný jako počet stěn dvacetistěnu.
- b) Počet vrcholů dvacetistěnu je stejný jako počet stěn dvanáctistěnu.
- c) Počet vrcholů krychle je stejný jako počet stěn osmistěnu a také počet vrcholů osmistěnu je stejný jako počet stěn krychle.
- d) Čtyřstěn má stejný počet vrcholů jako stěn.
- e) Dvanáctistěn a osmistěn mají dohromady stejně vrcholů jako dvacetistěn.

13. OBRAZ**5 bodů**

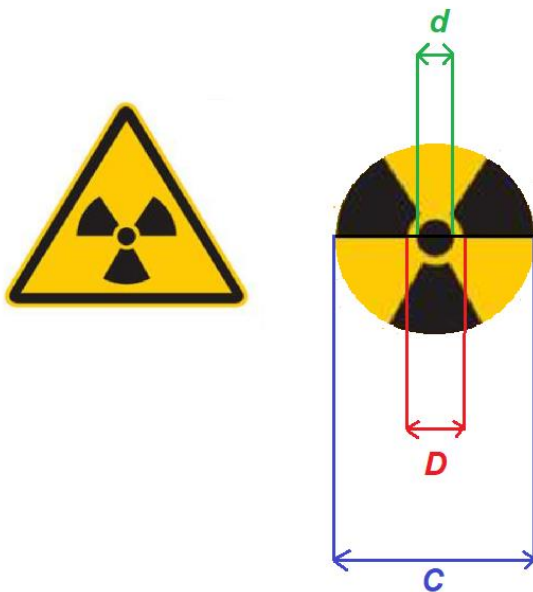
Okolo obrazu, jehož šířka je dvakrát větší než výška, byl přidán rám o šířce 5 cm. Rám má plošný obsah $1\,000\text{ cm}^2$. **Určete rozměry obrazu.**

a) 50 x 25 cm**b) 60 x 30 cm****c) 80 x 40 cm****d) 100 x 50 cm****e) 120 x 60 cm**

14. ZNAK RADIOAKTIVITY

5 bodů

Na levém obrázku je symbol sloužící jako varování před radioaktivitou. Na pravém obrázku je zvětšený výřez kruhové části znaku. Průměr černého kruhu je označen d , vnější průměr žlutého mezikruží je D , průměr celé kruhové části je označen C .



Které z následujících tvrzení musí platit, aby v kruhovém výřezu (pravý obrázek) byl obsah černé plochy stejný jako obsah žluté plochy?

Nápověda: Vzorec pro obsah kruhu v závislosti na jeho průměru je

$S = \pi \frac{d^2}{4}$, kde d je průměr kruhu a π je konstanta o hodnotě přibližně

3,14.

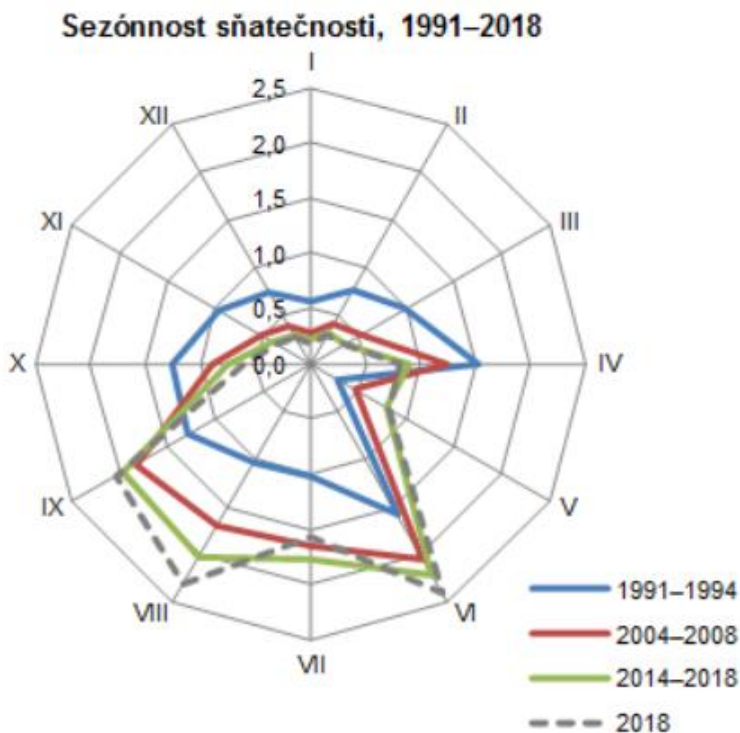
Finálové kolo - 8. ročník

- a) Stačí, aby platilo $D = d \cdot \sqrt{2}$.
- b) Musí platit $D = d \cdot \sqrt{2}$ a zároveň $C = 3 \frac{D+d}{2}$.
- c) Poměr $C : D : d$ musí být roven $6 : 3 : 2$.
- d) Stačí, aby platilo $C = 3 \frac{D+d}{2}$.
- e) Nelze určit, protože poměr mezi C , D a d závisí na velikosti průměru kruhu.

15. SŇATEČNOST

5 bodů

Sociologie je společenská věda zkoumající sociální život jednotlivců, skupin a společností. Mnoho zajímavých tabulek a grafů týkajících se statistických dat o české společnosti najdeme na stránkách Českého statistického úřadu. Mimo jiné se můžeme dozvědět něco o tom, ve kterém měsíci se v Česku konají nejčastěji svatby:



Pozn.: Graf uvádí tzv. měsíční index. Tzn. spočítáme-li si v daném období průměrný počet sňatků za měsíc, měsíční index udává, kolikanásobek průměrného počtu sňatků se v daném měsíci odehrál.

Zdroj: <https://www.czso.cz/csu/czso/aktualni-populacni-vyvoj-v-kostce>

Finálové kolo – 8. ročník

Které tvrzení **neplyne** přímo z uvedeného grafu?

- a) Ani v jednom z uvedených období neexistuje měsíc, ve kterém by četnost svateb byla vyšší než v červnu.**
- b) Nejnižší četnost svateb bývá obvykle v lednu, v grafu ale najdeme období, kdy tomu tak nebylo.**
- c) V roce 2018 proběhlo v září přibližně o třetinu více svateb než v červenci.**
- d) V roce 2018 proběhlo v červnu více svateb než celkově v letech 1991–1994.**
- e) Všechna předchozí tvrzení přímo plynou z uvedeného grafu.**

16. KOSTÝMY KE HŘE ROMEO A JULIE

5 bodů

Kostýmy k představení Romeo a Julie v Divadle na Vinohradech stály dohromady 117 926 Kč. Určete pravdivé tvrzení:



Zdroj obrázku: Archiv Divadla na Vinohradech

- a)** Devítinásobek uvedené částky přesahuje milion korun a zároveň devítina uvedené částky je větší než 15 000 Kč.
- b)** Není pravda, že osminásobek uvedené částky nepřesahuje milion korun.
- c)** Kdyby bývaly kostýmy stály pouze polovinu skutečné částky, pak desetinásobek jejich ceny by nepřesáhl půl milionu korun.
- d)** Není pravda, že platí alespoň jedna ze dvou následujících vět:
Třetina uvedené částky je vyšší než čtvrt milionu korun.
Čtyřnásobek uvedené částky je vyšší než půl milionu korun.
- e)** Není pravda, že kdyby bývaly kostýmy stály pouze polovinu své ceny, byla by jejich cena nepřevyšovala částku 60 000 Kč.

17. GRANT**6 bodů**

Ve výzkumném grantu na téma „Studium prostorové představivosti žáků druhého stupně základní školy“ byly přidělené finanční prostředky rozděleny následovně:

Položka	Podíl z celkové částky
Hmotné vybavení (počítač, tiskárna, videokamera...)*	$\frac{2}{5}$
Nehmotné vybavení (počítačový software, ...)*	$\frac{2}{25}$
Prezentace výsledků výzkumu (konferenční poplatky, cestovné, náklady na vydání publikací, ...)*	$\frac{8}{25}$
Odměny řešitelům grantu	$\frac{1}{5}$

* Mezi položkami je možné finanční prostředky přesouvat, ale maximálně celkovou částku 10 000 Kč. Tato možnost se netýká položky „Odměny řešitelům grantu“.

Výzkumníci potřebují zakoupit pro práci ve školách počítače v celkové hodnotě 125 000 Kč. Jenže jim i v případě, že využijí naprosté maximum peněz, které jim pravidla grantu dovolí, pětina z potřebných peněz chybí. **Kolik peněz činí odměny řešitelům grantu?**

a) 10 000 Kč**b) 25 000 Kč****c) 45 000 Kč****d) 75 000 Kč****e) 95 000 Kč**

18. NÁKUP BAREV

6 bodů

Anička si šla koupit do obchodu s výtvarnými potřebami akrylové barvy k malování na kameny. V obchodě měli 6 těchto barev: stříbrnou, žlutou, červenou, zelenou, modrou a fialovou. Anička však měla peníze pouze na 4 barvy. Mezi kolika kombinacemi se musela rozhodnout?

- a) 8 b) 10 c) 15 d) 20 e) 36

19. MÍCHÁNÍ BAREV

6 bodů

Malíř míchá speciální modř z bílé, stříbrné a modré barvy (v tomto pořadí) v poměru $2 : 3 : 7$. Nyní mu ale dochází stříbrná barva (ostatních má dost), a kdyby použil svůj obvyklý poměr, vystačila by mu stříbrná barva jen na dvě třetiny plochy moře na připravovaném obraze.

Který z uvedených poměrů byste malíři poradili, aby mu stříbrná barva vystačila na celou plochu, ale aby ji zároveň využil všechnu?

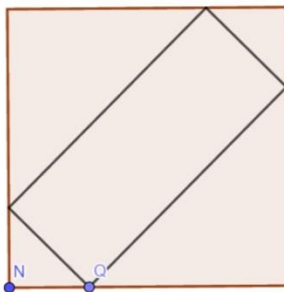
Poměry opět uvádíme v pořadí množství bílé, stříbrné a modré barvy.

- a) $1 : 1 : 4$ b) $2 : 1 : 5$ c) $3 : 2 : 5$
d) $4 : 3 : 6$ e) $5 : 3 : 7$

20. ČTVERCOVÁ SOUČÁSTKA

6 bodů

Elektronická součástka má tvar čtverce s celočíselnou délkou strany. Do čtverce je vepsán obdélník (jak je znázorněno na obrázku), který je pokryt speciální vodivou vrstvou. Úsečka NQ představuje vzdálenost vrcholu obdélníku od nejbližšího vrcholu čtverce.



Vyberte pravdivé tvrzení:

- a) Je-li délka úsečky NQ celočíselná, pak je celočíselný i obsah vepsaného obdélníku.
- b) Je-li délka úsečky NQ celočíselná, pak je obsah vepsaného obdélníku celočíselným násobkem odmocniny ze dvou.
- c) Je-li délka úsečky NQ celočíselná, pak je obsah vepsaného obdélníku celočíselným násobkem odmocniny ze tří.
- d) Je-li délka úsečky NQ celočíselným násobkem odmocniny ze dvou, pak je obsah vepsaného obdélníku celočíselný.
- e) Je-li délka úsečky NQ celočíselným násobkem odmocniny ze tří, pak je obsah vepsaného obdélníku celočíselný.

DESATERO BEZPEČNOSTI

Doprava

- 1) Přejížděj jen na přechodu pro chodce. Pokud v tvé blízkosti žádný není, přejdi na přehledném místě.
- 2) Před vstupem do vozovky se vždy rozhlédni. Vždy nejprve doleva, pak doprava a opět doleva.
- 3) Pokud je provoz řízen semaforem, přecházej pouze na zelenou. Ani zde se nespolehej na řidiče a vždy se rozhlédni.
- 4) Před vstupem do vozovky udržuj oční kontakt s řidičem vozidla.
- 5) Nepřecházej před nebo za tramvají, autobusem nebo velkým nákladním autem. Řidič tě nemusí vidět.
- 6) Sleduj provoz. Při chůzi nekoukej do mobilu a neměj na uších sluchátka.
- 7) Při jízdě na kole, koloběžce či jiném prostředku vždy používej ochrannou helmu.
- 8) Při jízdě ve vozidle vždy používej zadržné systémy (pásy, autosedačka).
- 9) Za snížené viditelnosti používej světlé oblečení a reflexní prvky.
- 10) Pamatuj, že tramvaj má vždy přednost. Má dlouhou brzdovou dráhu a nemůže se chodci vyhnout!



Pomáhat a chránit

DESATERO BEZPEČNOSTI

Internet

- 1) Nechovej se v online prostředí jinak než na veřejnosti. Nezveřejňuj nic, za co by ses mohl/a stydět.
- 2) Neposílej nevhodné fotky a videa, nikdy nevíš, ke komu se dostanou!
- 3) Nesdílej zbytečně své osobní údaje, jako je jméno, příjmení, datum narození, bydliště.
- 4) Své účty chraň dostatečně silným heslem a dbej na profilu na nastavení soukromí.
- 5) Buď opatrný/á při komunikaci a domlouvání schůzek. Ne každý je skutečně tím, za koho se vydává.
- 6) Ověřuj si osobně žádosti o přátelství a sledování příspěvků. Může se jednat o odcizený profil.
- 7) Nenech se vydírat! Každá chyba má řešení, stačí se svěřit důvěryhodné dospělé osobě.
- 8) Na vulgární zprávy nereaguj a neboj se oznámit obtěžující chování.
- 9) Neotvírej emaily a odkazy z neznámých zdrojů.
- 10) Ne každá informace, kterou se na internetu dozvíš, je pravdivá. Získané informace si vždy ověřuj z více zdrojů.



Pomáhat a chránit

Poděkování

Rádi bychom poděkovali všem, kteří pracovali na tvorbě a sestavování úloh pro žáky a kteří se podíleli na organizaci soutěže.

Děkujeme tvůrcům úloh:

Mgr. Martině Kořenové, učitelka matematiky, Říčany,
PhDr. Michaele Kaslové, VŠ pedagog KMDM, Pedagogická fakulta, Univerzita Karlova v Praze,
Mgr. Janě Macháčkové, Ph.D., učitelka matematiky, Praha,
Mgr. et Mgr. Pavlu Sovičovi, učitel matematiky a francouzského jazyka, Praha,
PhDr. Evě Semerádové, Ph.D., učitelka matematiky, Praha,
Mgr. Bc. Karlu Zavřelovi, učitel matematiky, fyziky a informatiky, Praha.

Děkujeme týmu didaktické kontroly:

Mgr. Marcele Ondrušové, učitelka matematiky a chemie, Opava,
Mgr. Janě Duňkové, učitelka matematiky, Tanvald,
PhDr. Filipu Roubíčkoví, Ph.D., učitel matematiky, Praha.

Naše díky patří také Poradnímu výboru Pangea:

PhDr. Michaele Kaslové, KMDM, Pedagogická fakulta, Univerzita Karlova v Praze,
prof. RNDr. Marii Demlové, CSc., KM, Fakulta elektrotechnická, ČVUT v Praze,
doc. Mgr. Petru Knoblochovi, Dr., KNM, Matematicko-fyzikální fakulta, Univerzita Karlova v Praze,
doc. Ing. Eubomíře Dvořákové, Ph.D., KM, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská, ČVUT v Praze,
Ing. et Ing. Marku Kovářovi, MBE, Fakulta strojní, ČVUT v Praze,
Mgr. Olze Páskové, učitelka českého jazyka, Praha.

Děkujeme generálnímu partnerovi soutěže:
Meridian International School, s.r.o.

MEZINÁRODNÍ ŠKOLA MERIDIAN

Úspěšný krok do života

**MATEŘSKÁ ŠKOLA
ZÁKLADNÍ ŠKOLA
GYMNÁZIUM**

meridian
INTERNATIONAL SCHOOL PRAGUE

UNIVERSITY of CAMBRIDGE
International Examinations
CAMBRIDGE INTERNATIONAL CENTRE

COBIS
COUNCIL OF
BRITISH
INTERNATIONAL
SCHOOLS

Frydlantská 1350/1, Praha 8 - Kobylisy www.meridianedu.cz



Veškerá práva jsou vyhrazena. Úlohy náleží matematické soutěži Pangea. Kopírování není dovoleno.



Pangea

matematická soutěž

Generální partner



Partneři



NÁRODNÍ
MUZEUM



CASIO



LANDIA



PAPÍROMAT



ABÁKU

Dedoles



Pomáhat a chránit

Mediální partneři



UČITEL
MATEMATIKY

AMOS
vision



Záštity



Akademie věd
České republiky

Školní kolo : 8.3. - 9.4.2021

Finálové kolo : 18.6.2021