Pangea
matematická soutěž

9. ročník

SOUBOR OTÁZEK

-Finále-

2017

Mezinárodní matematická soutěž Pangea v Evropě

	Název země	Počet registrovaných účastníků		Název země	Počet registrovaných účastníků
1	Německo	137 718	10	Francie	10 000
2	Polsko	101 036	11	Dánsko	10 000
3	Španělsko	67 800	12	Belgie	8 000
4	Slovenská republika	63 070	13	Itálie	6 800
5	Maďarsko	37 213	14	Švédsko	5 064
6	Česká republika	32 227	15	Irsko	5 000
7	Rakousko	28 151	16	Slovinsko	3 000
8	Portugalsko	22 506	17	Litva	2 000
9	Švýcarsko	10 800	18	Norsko	2 000
				Celkem	**552 385**

/Pangea Česká republika

/pangeamathematic

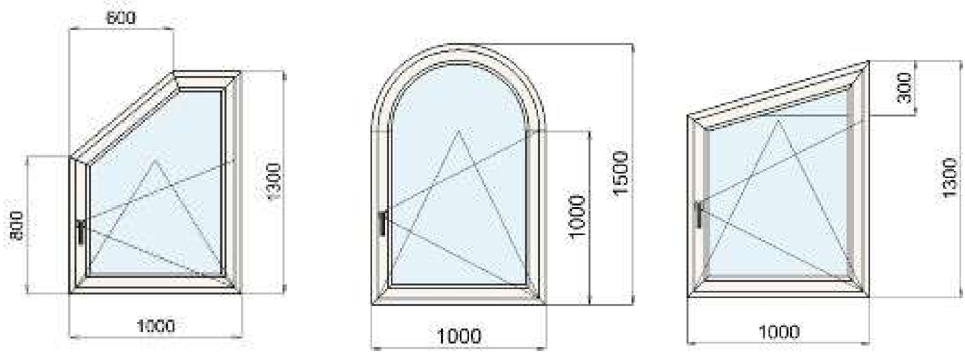
/PraguePangea

í

1. TVARY OKEN

1 bod

Na obrázku jsou tři typy oken. Seřaď je vzestupně podle obsahu (plochy) okna včetně rámu. Rozměry jsou uvedené v milimetrech.



A   B   C

a) **B, A, C**   **b)** **C, A, B**   **c)** **A, B, C**

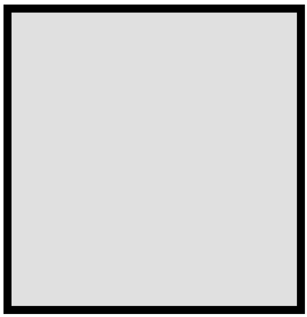
d) **B, C, A**   **e)** **Nelze jednoznačně uspořádat.**

2. ROZETA

1 bod

Na obrázku je rozeta kostela sv. Matěje v anglickém Richmondu, která zobrazuje Krista a dvanáct apoštolů. Tvar rozety je souměrný podle několika os. Urči nejmenší a největší ostrý úhel, který spolu tyto osy svírají.

Zdroj: https://goo.gl/t1mHmD



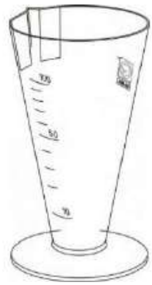
a) **15°, 90°**   **b)** **20°, 180°**   **c)** **30°, 75°**

d) **15°, 75°**   **e)** **30°, 180°**

3. VÝŠKA HLADINY

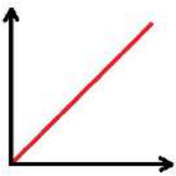
2 body

Na obrázku vidíš nádobu, která se obvykle používá v lékařských ordinacích. Vyber z nabízených možností, který z grafů zachycuje závislost výšky hladiny na čase při konstantní rychlosti přítoku kapaliny.

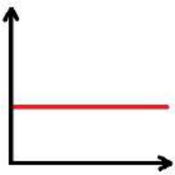


Vodorovná osa: čas
Svislá osa: vzdálenost hladiny ode dna nádoby

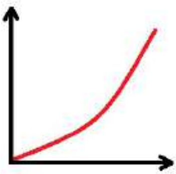
a)



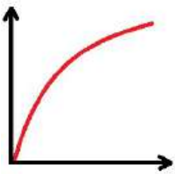
b)



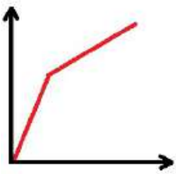
c)



d)



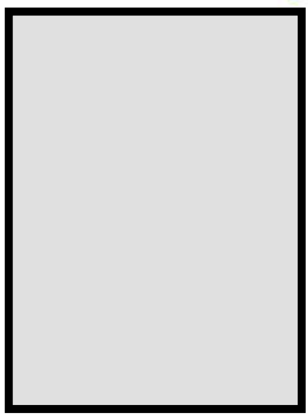
e)



4. BOHOVÉ LÉKAŘŮ, LÉKAŘI BOHŮ

2 body

V řecké mytologii je považován za boha lékařství Asklépios, údajný mystický léčitel ze 13. století před naším letopočtem. Jedna z jeho dcer se stala bohyní čistoty a zdraví. Na obrázku vidíš její sochu vytvořenou kolem roku 200 našeho letopočtu. Dodnes se její sochy či obrazy objevují na místech, jako jsou lázně, lékařské fakulty či lékárny. Její jméno zjistíš vyřešením následující úlohy:



Zdroj: goo.gl/dP047T

í

Stín osmimetrového sloupu na lázeňské kolonádě měřil v pravé poledne 3 m.

Jak dlouhý stín v tu chvíli měl člověk o výšce 184 cm, který stál vedle sloupu?

a) **69 cm (Hygiea)**
b) **72 cm (Meditrine)**
c) **77 cm (Panakeia)**
d) **85 cm (Epione)**
e) **90 cm (Mnémosyné)**

---

5. VSTUPNÉ

2 body

Skupina dvaceti dětí a dvou učitelů se chystá společně navštívit jeden ze známých českých hradů. Základní vstupné je 180 Kč pro dospělé a 100 Kč pro děti. Pokladní ale nabízí několik variant slev.

Která je v tomto případně nejvýhodnější?

a) **Na každých 10 dětí jeden dospělý zdarma.**
b) **Jednotná sleva pro školní skupiny: 15 % na dětském vstupném, 50 % pro dospělé.**
c) **Na každých 5 platících dětí jedno dítě zdarma.**
d) **Skupinová sleva: za každého člena 1% z celkové částky, maximálně však 20 %.**
e) **Na každých 8 dětí jeden dospělý zdarma.**

Pangea matematická soutěž

6. SRDCE JAKO PUMPA **3 body**

Naše srdce funguje jako čerpadlo, které zajišťuje proudění krve v celém těle. Napadlo vás někdy, kolik krve vlastně naše srdce vypumpuje za celý život? Je to obrovské množství. Pro lepší představu zkus vypočítat, kolik asi velkých cisternových aut by naše srdce jako čerpadlo dokázalo za život naplnit.

Potřebné údaje (průměrné):

- výkon srdce: 5 litrů za minutu
- délka života: 80 let
- objem cisterny: 30 000 litrů

Poznámka: výsledné číslo je pouze dolní odhad, udaný výkon srdce je za klidového stavu těla. V případě fyzické námahy stoupne až několikanásobně.

a) 7 b) 70 c) 700 d) 7 000 e) 70 000

7. REGENERACE **3 body**

Schopnost obnovy buněk se nazývá regenerace. Možná jste někde četli, že naše tělo se kompletně obnoví každých 7 let. Je to poměrně rozšířená fáma, ale není pravdivá. Většina buněk v našem těle skutečně jednoho dne odumře a je nahrazena novými, ale jednak se to děje u různých buněk různě rychle (např. červené krvinky 3–4 měsíce, bílé krvinky více než rok), a jednak některé buňky (např. v mozku) se neobnovují vůbec.

Vyřešením následující úlohy o procentech zjistíš, jaké buňky v lidském těle se obnovují nejrychleji: v průměru každé tři dny.

Urči, kolik je 60 % z 50 % ze 40 % ze 30 % z 20 % z 10 % z milionu.

í

a) **12 000 (játra)**

b) **7200 (pokožka)**

c) **1200 (srdce)**

d) **720 (žaludek)**

e) **nelze určit (sítnice)**

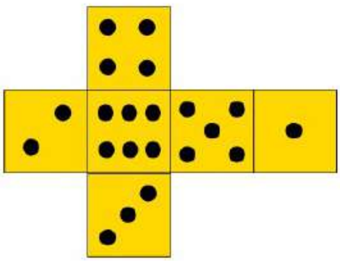
---

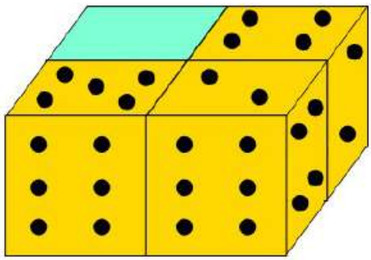
8. HRACÍ KOSTKY

3 body

Na prvním obrázku vidíš síť hrací kostky. Na druhém obrázku jsou čtyři tyto kostky poskládané k sobě podle pravidla, že dotýkající se stěny mají na sobě stejný počet teček.

Urči počet teček na modré stěně.





a) **2** **b)** **3** **c)** **4** **d)** **5** **e)** **6**

9. V ČEKÁRNĚ

3 body

V čekárně u lékaře se sešli tři kamarádi: Karel, Petr a Jan. Přišli jeden po druhém a každý měl k návštěvě lékaře jiný důvod. Na základě následujících nápověd rozhodni, která z nabízených odpovědí je celá pravdivá.

- Karel přišel k lékaři kvůli bolesti zad.
- Ten, koho bolelo břicho, přišel jako druhý.
- Petr říkal, že břicho už ho naštěstí dlouho nebolelo.
- Ten, který přišel jako první, si stěžoval na bolavá záda.

a) Petra bolí v krku a Jan přišel jako třetí.

b) Karel nepřišel druhý a Jan nepřišel kvůli bolesti břicha.

c) Petra nebolí v krku a Jan přišel jako druhý.

d) Ten, kdo přišel jako druhý, se nejmenoval Karel ani Petr.

e) Jan nepřišel jako třetí a Petra nebolí v krku.

10. ŘEŠENÍ ROVNICE

3 body

Která z následujících rovnic má právě dvě reálná řešení?

a) $x^2 + 2 = 0$

b) $|x + 3| = 0$

c) $(x + 2)^2 = x^2 + 2x + 4$

d) $1 - x^2 = 0$

e) $x^2 + 3 = 3$

í

11. LETOHRÁDEK HVĚZDA

4 body

Renesanční stavbu z poloviny 16. století najdeš v Pražské části Liboc. Na satelitním snímku vidíš střechu stavby, jejíž tvar tvoří pozoruhodně přesnou šesticípou hvězdu. Úsečka vyznačená na obrázku červeně ve skutečnosti měří 45 m. Úsečka vyznačená žlutě má délku 27 m. Následující tvrzení se týkají kružnice vepsané a opsané této šesticípé hvězdě. Vyber to, které neplatí.

Zdroj: https://goo.gl/Z4wgms

a) **Délka kružnice opsané je o dvě třetiny delší než délka kružnice vepsané.**

b) **Délka kružnice vepsané je kratší o 18π m než délka kružnice opsané.**

c) **Délka kružnice vepsané je 0,6 krát kratší než délka kružnice opsané.**

d) **Obsah mezikruží vymezeného zmíněnými kružnicemi je menší než obsah kruhu ohraničeného vepsanou kružnicí.**

e) **Obsah kruhu ohraničeného opsanou kružnicí je větší než $\frac{1}{1000}$ čtverečního kilometru.**

12. TRANSPLANTACE SRDCE

4 body

Všechny transplantační operace jsou velmi náročné a rizikové, ale u transplantace srdce to platí ještě dvojnásob. Vůbec první úspěšnou transplantaci srdce provedl v roce 1967 Christiaan Barnard. Pacient, pravda, nežil po transplantaci příliš dlouho, ale od té doby medicína velmi pokročila. V pražském IKEMu (Institut klinické a experimentální medicíny) provádí kolem padesáti těchto operací ročně a více než 85 % pacientů žije s novým srdcem déle než 10 let. Jubilejní 1000. transplantaci srdce provedli v roce …

Chybějící letopočet určíš jako hodnotu neznámé x v následujícím diagramu.

$$\boxed{x} \xrightarrow{-2^4} \bigcirc \xrightarrow{+(-1)^8} \bigcirc \xrightarrow{:10^3} \boxed{2}$$

a) **2007** **b)** **2008** **c)** **2010**

d) **2014** **e)** **2015**

13. DOJEZDOVÉ ČASY

4 body

Sanitky jsou opravdu rychlé. Jejich dojezdové časy musí být ze zákona kratší než 20 min., např. středočeská záchranka má dlouhodobý průměrný dojezdový čas 9 min.

Představme si modelovou situaci, ve které je tento čas (9 min) přesným časem jízdy sanitního vozu. Urči průměrnou rychlost sanitky, když víš, že tatínek jel posledně do nemocnice svým autem 15 minut a palubní počítač udal jako průměrnou rychlost jízdy hodnotu 53 km/h.

í

a) **80 km/h**

b) **82,5 km/h**

c) **$85\frac{2}{3}$ km/h**

d) **$88\frac{1}{3}$ km/h**

e) **91,5 km/h**

---

14. KUBISMUS

4 body

Nový umělecký a architektonický styl, který se začal rozvíjet přibližně před 100 lety, se nazývá kubismus. Jeho jméno je odvozeno od latinského *cubus*, *krychle*. Ne snad, že by se tehdy vše skládalo z krychlí, ale základní geometrické tvary se staly podstatnou částí inspirace malířů i architektů. Na snímku je známá Kovařovicova vila na pražském Vyšehradě postavená podle návrhu architekta Josefa Chochola.

Inspirováni kubismem, určete, které z následujících tvrzení o krychlích je <u>ne</u>pravdivé.

a) **Krychle s dvojnásobnou délkou hrany má osminásobný objem.**

b) **Krychle se čtyřnásobným povrchem má dvojnásobnou délku hrany.**

c) **Součet délek hran krychle se zdvojnásobí, zdvojnásobím-li délku hrany.**

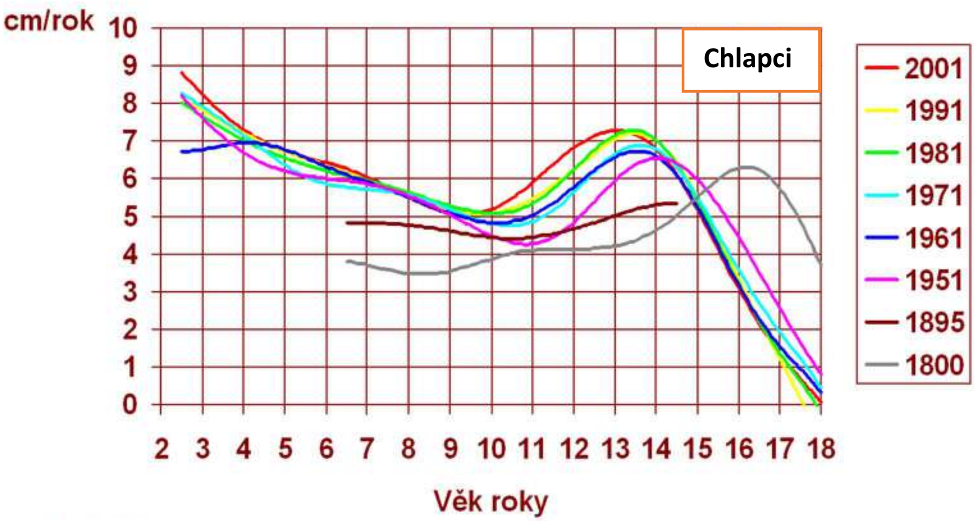
d) **Krychle s délkou hrany 6 má povrch a objem vyjádřený stejnou hodnotou (až na jednotky, samozřejmě).**

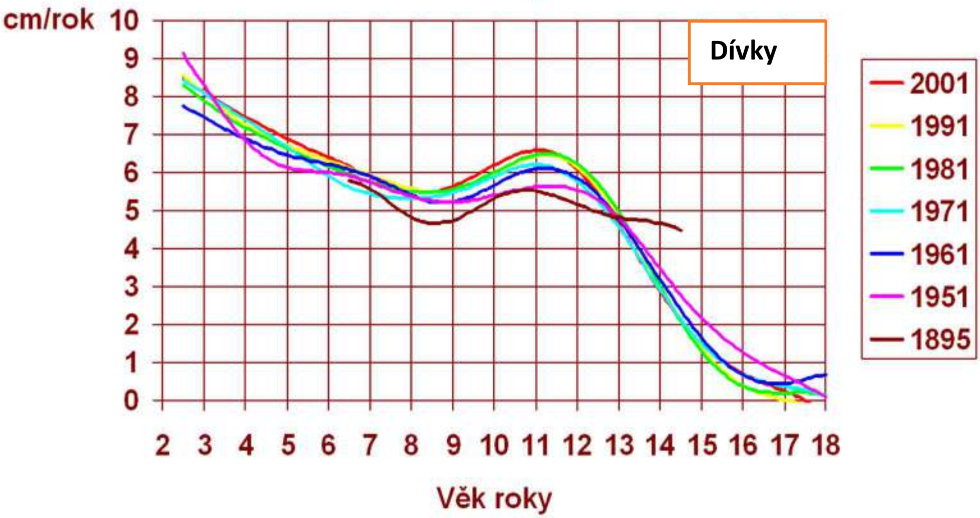
e) **Neexistuje krychle s celočíselnou délkou hrany, která by měla stejnou hodnotu povrchu a součtu délek hran (až na jednotky, samozřejmě).**

15. RŮSTOVÉ KŘIVKY

5 bodů

Pozorně si prohlédni následující grafy. Je na nich zachycena závislost ročního přírůstku tělesné výšky na věku zvlášť pro dívky a chlapce, navíc s historickým vývojem. Rozhodni, které z nabízených tvrzení z těchto grafů vyplývá.





í

a) **Chlapci rostli v minulosti rychleji.**

b) **Tělesný růst chlapců i dívek se mezi 3. a 18. rokem věku neustále zpomaluje.**

c) **Dívky rostou nejrychleji ve věku okolo 11 let věku.**

d) **Dívky rostly v minulosti rychleji.**

e) **Ve věku okolo 13 let věku rostou chlapci rychleji než dívky.**

---

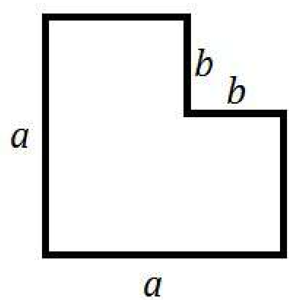
16. CHODNÍK KOLEM ZÁHONU

5 bodů

Na obrázku vidíš plánek parkového záhonu tvaru nekonvexního šestiúhelníku. Proměnné a, b udávají délku v metrech, $a > b$.

Záhon bude třeba obehnat chodníkem ze čtvercových dlaždic o rozměrech 0,5 x 0,5 m. Šířka chodníku bude 1 m.

Urči počet potřebných dlaždic (spáry mezi dlaždicemi zanedbej).



a) $4a - 2b$

b) $a^2 - b^2$

c) $4a + 4$

d) $4(a + 4)$

e) $16(a + 1)$

17. KREVNÍ CESTY

5 bodů

Pokud bychom sečetli délku všech cév a žil v lidském těle včetně těch nejmenších, dostaneme pozoruhodně vysoké číslo (v kilometrech).

Určíš ho jako hodnotu následujícího složeného zlomku:

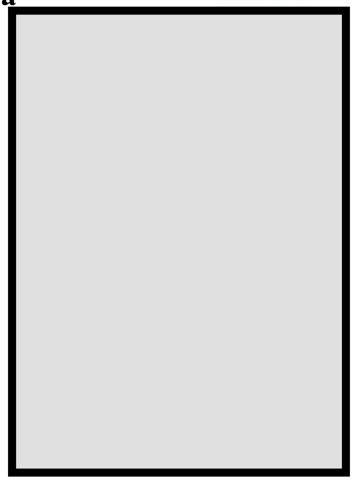
$$\frac{\frac{5^{15}}{25^{5}}}{\frac{0{,}5^{8}}{0{,}125}}$$

a) **50 000 km** **b)** **100 000 km** **c)** **150 000 km**

d) **200 000 km** **e)** **250 000 km**

18. ČESKÁ STOPA VE SVĚTĚ I – Eva Jiřičná

5 bodů



Eva Jiřičná (nar. 1939) prožila podstatnou část svého života ve Velké Británii. Tam budí ohlas zejména její návrhy interiérů bytů i obchodů. Na obrázku je schodiště vytvořené pro jeden londýnský byt. V Česku bylo podle jejího návrhu postaveno několik staveb v jejím rodném městě, např. multifunkční kulturní centrum či budova univerzitní knihovny.
Zjisti, o jaké město se jedná.

Určíš ho tak, že vypočteš třetí odmocninu z rozdílu

- součtu prvních pěti nejmenších prvočísel a
- absolutní hodnoty rozdílu dvou libovolných po sobě jdoucích přirozených čísel.

a) **-2 (Praha)** **b)** **2 (Olomouc)** **c)** **3 (Zlín)**

d) **4 (Ústí nad Labem)** **e)** **5 (Brno)**

Zdroj: https://goo.gl/Zd4jz9

í

19. ČESKÁ STOPA VE SVĚTĚ II – Eva Le Peutrec

5 bodů

Architektka Eva Le Peutrec (nar. 1980) navrhuje především výškové budovy.

Pokud správně určíš chybějící číslo v následující tabulce, zjistíš, v jaké zemi se tyčí mrakodrapy na obrázku.

Zdroj: https://goo.gl/nLbfGd

-1	0	1	2	3	4	5
0,5	0	0,5	2	4,5	8	

a) **8,5 (Francie)**

b) **10,5 (USA)**

c) **12,5 (Čína)**

d) **14,5 (Spojené arabské emiráty)**

e) **16,5 (Singapur)**

20. ČESKÁ STOPA VE SVĚTĚ III – Jan a Ivana Bendovi **6 bodů**

Manželé Bendovi žijí v Číně, kde bylo podle jejich plánů realizováno již více než ... staveb. Na obrázku je hotel Crowne Plaza v čínském městě Suzhou.

Číslo chybějící v textu má následující vlastnost: Lze ho zapsat jako součin $a^b \cdot c^a$, přičemž a, b, c jsou přirozená čísla a právě jedno z čísel a, b, c není prvočíslo.

Zdroj: https://goo.gl/iPqIyn

a) **100** **b)** **200** **c)** **300** **d)** **400** **e)** **500**

21. ČESKÁ STOPA VE SVĚTĚ IV – Jan Kaplický **6 bodů**

Jméno Jana Kaplického (1937-2009) je velmi známé. Jeho budovy stojí především ve Velké Británii, kde prožil velkou část svého života. Na obrázku je nákupní centrum Selfridges, které bylo podle jeho plánů postaveno v roce 1999 ve městě…

Správnou odpověď zjistíš, pokud určíš počet celých čísel, která můžeme dosadit za proměnnou z do následujícího vztahu, aby nebyla porušena jeho platnost.

Zdroj: https://goo.gl/XL2tsi

í

$$18z - 9 \leq -6(z-4) < 3z + 60$$

a) 0 (Londýn) **b) 3 (Manchester)** **c) 5 (Birmingham)**

d) 6 (Liverpool) **e) nekonečně mnoho (Brighton)**

---

22. VĚŽ Z KOSTEK **6 bodů**

Mám k dispozici tři modré kostky, jednu bílou a jednu žlutou. Kostky stavím na sebe a skládám z nich věž, všechny musím použít.

Podle kterého z následujících pravidel může vzniknout právě deset různých věží?

a) Alespoň dvě modré kostky se musí dotýkat.

b) Všechny modré kostky musí být u sebe.

c) Žlutá kostka se musí dotýkat dvou modrých.

d) Bílá kostka je přímo nad žlutou.

e) Bílá kostka nesmí být nad žlutou.

23. MYSLÍM SI ČÍSLO

7 bodů

Myslím si číslo. Pokud v něm prohodím číslice na místech desítek a stovek, dostanu číslo o 270 menší než původní.

Které z následujících tvrzení je pravdivé?

- **a) Myšleným číslem je pouze číslo 2749.**
- **b) Úloha má kromě čísla 2749 právě devět dalších řešení.**
- **c) Pokud by bylo myšlené číslo čtyřciferné, má úloha právě deset řešení.**
- **d) Pokud by bylo myšlené číslo čtyřciferné, má úloha právě sto řešení.**
- **e) Ani jedna z předchozích odpovědí není pravdivá.**

24. NENÍ JEHLAN JAKO JEHLAN

7 bodů

Kolikrát větší objem má pravidelný čtyřboký jehlan než pravidelný trojboký jehlan, mají-li oba stejně dlouhé podstavné hrany a stejnou výšku?

Poznámka: Pro objem jehlanu najdeš v tabulkách pro ZŠ následující vzorec (S_p = obsah podstavy, v = výška jehlanu):

$$V = \frac{1}{3} S_p v$$

í

a) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ **krát**

b) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ **krát**

c) $\frac{12}{\sqrt{3}}$ **krát**

d) $\frac{\sqrt{3}}{12}$ **krát**

e) $\frac{3}{\sqrt{3}}$ **krát**

---

25. KUŽEL BEZ KUŽELE

8 bodů

Vypočti objem tělesa, které vznikne z kužele vykrojením menšího kužele. Podstavy obou kuželů jsou v jedné rovině, splývají také jejich osy souměrnosti. Osovým řezem obou kuželů je rovnoramenný trojúhelník. Větší z těchto trojúhelníků má základnu délky $2a$ a výšku na tuto základnu délky a. Rozměry menšího trojúhelníku jsou poloviční.

Vypočti objem popsaného tělesa.

Poznámka: Pro objem rotačního kužele najdeš v tabulkách pro ZŠ následující vzorec (r = poloměr podstavy, v = výška kužele):

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 v$$

a) $\frac{5}{8}\pi a^3$

b) $\frac{7}{12}\pi a^3$

c) $\frac{5}{18}\pi a^3$

d) $\frac{7}{24}\pi a^3$

e) **Ani jedna z odpovědí a – d není správná.**

Poděkování

Rádi bychom poděkovali všem, kteří pracovali na tvorbě a sestavování úloh pro žáky a kteří se podíleli na organizaci soutěže.

Děkujeme tvůrcům úloh:

Anně Marek, učitelka matematiky, Praha
PhDr. Michaele Kaslové, lektorka KMDM, Pedagogická fakulta, Univerzita Karlova v Praze
Mgr. Haně Schmidové, učitelka matematiky, Praha
Mgr. Pavlu Sovičovi, učitel matematiky, Praha
PhDr. Evě Semerádové, Ph.D., učitelka matematiky, Praha
Mgr. Bc. Karlu Zavřelovi, učitel matematiky, fyziky a informatiky, Praha

Naše díky patří také Poradnímu výboru Pangea:

PhDr. Michaele Kaslové, KMDM, Pedagogická fakulta, Univerzita Karlova v Praze
Prof. RNDr. Marii Demlové, Csc., KM, Fakulta elektrotechnická, ČVUT v Praze
doc. Mgr. Petru Knoblochovi, Dr., KNM, Matematicko-fyzikální fakulta, Univerzita Karlova v Praze
doc. Ing. Ľubomíře Dvořákové, Ph.D., KM, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská, ČVUT v Praze
Bc. Marku Kovářovi, MBE, Fakulta strojní, ČVUT v Praze, Národohospodářská fakulta, VŠE, Praha

Děkujeme generálnímu partnerovi soutěže:
Meridian International School, s.r.o.

Pangea
matematická soutěž

Generální partner

meridian
INTERNATIONAL SCHOOL PRAGUE

Partner

MŠMT
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Partneři

NÁRODNÍ MUZEUM

PIONEER Investments®

FOKUS OPTIK

ČSVTS

Pobočka JČ m+f v Praze

AMAVET
ASOCIACE PRO MLÁDEŽ, VĚDU A TECHNIKU

INSTITUT VÝZKUMU DĚTÍ, MLÁDEŽE A RODINY

Školní kolo : 13. - 24. 2. 2017

Finálové kolo : 5. 5. 2017